



© 2017 Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

571231

Man bestimme alle positiven ganzzahligen Lösungen x, y der Gleichung

$$2x^2 - 2y^2 - 3xy = 2018.$$

571232

Es sei $ABCD$ ein Sehnenviereck, dessen gegenüberliegende Seiten nicht parallel sind. Die Geraden AB und CD schneiden sich im Punkt P . Die Geraden AD und BC schneiden sich im Punkt Q . Die Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle DPA$ schneidet die Strecken \overline{BC} und \overline{DA} in den Punkten E beziehungsweise G . Die Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle AQB$ schneidet die Strecken \overline{AB} und \overline{CD} in den Punkten H beziehungsweise F .

Man beweise, dass das Viereck $EFGH$ eine Raute (ein Rhombus) ist.

571233

Es seien $a_3, a_5, a_7, \dots, a_{57}$ nichtnegative reelle Zahlen. Man beweise, dass es eine reelle Zahl x mit $-1 \leq x \leq 1$ und

$$|x - a_3x^3 - a_5x^5 - \dots - a_{57}x^{57}| \geq \frac{1}{3}$$

gibt.