



© 2017 Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

571031

Wir betrachten in dieser Aufgabe Wörter, die aus genau 11 Buchstaben bestehen; jeder dieser Buchstaben ist ein A oder ein B. Dabei ist es unerheblich, ob diese Wörter Sinn ergeben.

- Wie viele solche Wörter gibt es?
- Wie viele solche Wörter gibt es, die weder mit 8 gleichen Buchstaben beginnen noch mit 8 gleichen Buchstaben enden?

571032

Ermitteln Sie alle natürlichen Zahlen n , für die gilt: Es gibt ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basislänge $|AB| = \sqrt{57}$ und der Schenkellänge \sqrt{n} , in dem die Mittelsenkrechten der Schenkel die Basis in drei gleich lange Teilstrecken zerlegen.

571033

Zebrazahlen sind die nichtnegativen ganzen Zahlen, in deren Dezimaldarstellung die zweite, vierte, sechste, achte, ... Ziffer von links allesamt Nullen sind.

Hat die Zebrazahl ungerade viele Dezimalstellen, so heißt sie Bergzebrazahl, sonst Steppenzebrazahl. Als Ausnahme sei die Zahl 0 sowohl eine Bergzebrazahl als auch eine Steppenzebrazahl.

- Stellen Sie 571033 als Differenz zweier Zebrazahlen dar, von denen nur die größere eine Bergzebrazahl ist.
- Weisen Sie nach, dass es zu jeder ganzen Zahl z genau eine Steppenzebrazahl g und genau eine Bergzebrazahl u so gibt, dass $z = u - g$ gilt.

Hinweise:

Wir betrachten nur die vorhandenen geraden Stellen: Bei einer vierstelligen Zahl kommt es auf die zweite und vierte Ziffer von links an. Alle einstelligen Zahlen sind Bergzebrazahlen.

Einem schwarzen Streifen eines Zebras entspricht eine beliebige Ziffer, einem weißen Streifen die Ziffer 0. In Zebrazahlen dürfen also auch Nullen an den ungeraden Stellen vorkommen.