



© 2017 Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

570821

Nach dem Kauf eines neuen Autos muss man bekanntlich im Lauf der Zeit mit einem Wertverlust rechnen. Für diesen Wertverlust werden im Lauf des ersten Jahres 20 %, im zweiten Jahr weitere 15 % und im dritten Jahr nochmals weitere 15 % angenommen, wobei alle diese Prozentangaben auf den ursprünglichen Kaufpreis bezogen sind. Der jeweils entstehende verminderte Wert wird als Zeitwert bezeichnet.

- Frau Krause bezahlte für ihren Neuwagen 20 000 Euro.
Berechne den Zeitwert nach zwei Jahren.
- Herr Neubert kauft ein neues Auto für 50 000 Euro. Er möchte den Wagen nach vier Jahren zum Zeitwert verkaufen, den er als 20 000 Euro annimmt.
Welchen Prozentsatz (vom ursprünglichen Kaufpreis) hat er dabei für den Wertverlust im vierten Jahr angenommen?
- Herr Kunze will sein Auto nach drei Jahren verkaufen. Der eigentliche Zeitwert von 20 000 Euro hat sich allerdings aufgrund eines Unfalls um 10 % verringert.
Wie viel Prozent des ursprünglichen Kaufpreises beträgt nun der so entstandene Zeitwert?

570822

Es sei ABC ein stumpfwinkliges Dreieck und A sei der Scheitel des stumpfen Winkels. Der Punkt E sei derjenige Punkt auf der Geraden AC , für den die Geraden AC und BE senkrecht aufeinander stehen. Der Punkt F sei derjenige Punkt auf der Geraden AB , für den die Geraden AB und CF senkrecht aufeinander stehen. Schließlich sei S der Schnittpunkt der Geraden BE und CF .

Beweise: Unter diesen Voraussetzungen ist die Größe des Winkels $\sphericalangle BSC$ gleich der Summe der Größen der beiden spitzen Innenwinkel des Dreiecks ABC .

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

570823

Eine neue Rechenoperation \circ zweier rationaler Zahlen a und b mit $b \neq 0$ wird durch

$$a \circ b = a - \frac{a}{b}$$

erklärt. Zum Beispiel gilt

$$1 \circ 3 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

- a) Berechne $7 \circ 4$ und $7 \circ (-2)$.
- b) Prüfe durch Rechnung nach, ob $3 \circ 4 = 4 \circ 3$ und $(6 \circ 3) \circ 4 = 6 \circ (3 \circ 4)$ gelten.
- c) Ermittle die Zahl a , für die $a \circ 2 = 2$ gilt.
- d) Ermittle alle Paare (a, b) aus ganzen Zahlen a und b , für die $a \circ b = 0$ gilt.

570824

Fritz besitzt mehrere zweifarbige Kugeln, und zwar rot-blaue, rot-grüne, rot-weiße, blau-grüne, blau-weiße und grün-weiße. Er verrät uns:

- (1) Die Kugeln liegen in einer Kiste.
 - (2) Die Anzahl der blau-grünen Kugeln ist durch 2 teilbar.
 - (3) Genau ein Drittel der Kugeln ist zu einem Teil blau.
 - (4) Genau ein Viertel der Kugeln ist blau-weiß.
 - (5) Genau ein Fünftel der Kugeln ist rot-grün.
 - (6) Es gibt sechsmal so viele rot-grüne Kugeln wie rot-blaue Kugeln.
 - (7) Die Anzahl der Kugeln ist kleiner als das Siebenfache von 20.
- a) Zeige, dass die Anzahl der Kugeln durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist, und gib diese Anzahl an.
 - b) Ermittle den prozentualen Anteil der Kugeln, die blau-grün sind, an der Gesamtzahl der Kugeln.
 - c) Ermittle den prozentualen Anteil der Anzahl der blau-grünen Kugeln an der Anzahl der Kugeln, die zu einem Teil blau sind.