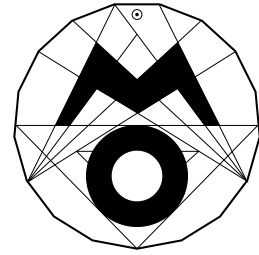


56. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 8
Aufgaben – 2. Tag



© 2016 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

560834

Zum Mahlen einer bestimmten Getreidemenge können zwei Mahlwerke A und B eingesetzt werden. Bei beiden Mahlwerken ist die verarbeitete Getreidemenge jeweils proportional zur Arbeitszeit des Mahlwerkes. Wenn man zunächst 8 Stunden lang nur mit dem Mahlwerk A mahlen würde und anschließend nur mit B , so würde B noch genau 18 Stunden benötigen, bis die gesamte Getreidemenge bewältigt ist. Würde aber zunächst 10 Stunden lang nur mit A gemahlen und anschließend nur mit B , so würde B noch genau 15 Stunden benötigen, bis die gesamte Menge bewältigt ist.

Wie lange wird es dauern, die gesamte Getreidemenge zu bewältigen, wenn A und B von Anfang bis Ende gleichzeitig eingesetzt werden?

560835

Wir betrachten die Gleichung

$$\frac{4}{5 \cdot (x + 2)} = \frac{1}{x + 2} - \frac{y}{15}. \quad (\text{G})$$

- Ermittle alle rationalen Zahlen x , für die die Gleichung (G) gilt, wenn $y = 3$ vorgegeben ist.
- Ermittle alle rationalen Zahlen y , für die die Gleichung (G) gilt, wenn $x = 2$ vorgegeben ist.
- Ermittle alle rationalen Zahlen y , für die es keine rationale Zahl x gibt, für die die Gleichung (G) gilt.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

560836

Wir betrachten ein beliebiges spitzwinkliges Dreieck ABC und den Kreis k , der durch den Punkt A verläuft und dessen Mittelpunkt der Mittelpunkt der Strecke \overline{AC} ist. Da das Dreieck ABC spitzwinklig ist, schneidet der Kreis k die Strecke \overline{AB} in einem von A und B verschiedenen Punkt, der mit D bezeichnet wird, und die Tangente an den Kreis k im Punkt D schneidet die Strecke \overline{BC} in einem von B und C verschiedenen Punkt, der mit E bezeichnet wird. Die Innenwinkelgrößen des Dreiecks ABC werden wie üblich mit α , β und γ bezeichnet.

- a) Untersuche, ob das Dreieck BED gleichseitig sein kann.
- b) Beweise: Wenn das Dreieck BED gleichschenkelig ist, dann gilt $2 \cdot \beta = \alpha + 90^\circ$ oder $\beta = 2 \cdot \alpha$.
- c) Beweise: Wenn $2 \cdot \beta = \alpha + 90^\circ$ oder $\beta = 2 \cdot \alpha$ gilt, dann ist das Dreieck BED gleichschenkelig.