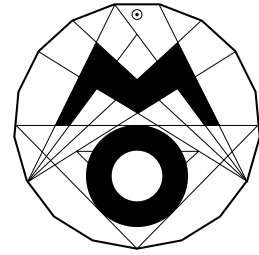


56. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 7
Aufgaben – 2. Tag



© 2016 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

560734

Löse die folgende Aufgabe, die aus einem mittelalterlichen Rechenbuch stammt:

Auf einem Baum, der 60 Ellen hoch ist, sitzen zum Tagesanfang ganz oben ein Holzwurm und ganz unten eine Schnecke. Der Holzwurm kriecht jeden Tag eine halbe Elle hinab und jede Nacht eine sechstel Elle hinauf. Die Schnecke kriecht jeden Tag eine Elle hinauf und jede Nacht eine viertel Elle hinab. Dies wiederholt sich so lange, bis sich beide Tiere in gleicher Höhe befinden.

Am wievielten Tag haben der Holzwurm und die Schnecke erstmals die gleiche Höhe erreicht?

Bemerkung: Eine Elle ist eine von der Unterarmelle abgeleitete mittelalterliche Längeneinheit, die je nach Region im deutschsprachigen Raum einer Länge von 0,53 Meter bis 0,83 Meter entsprach.

560735

- Beweise: Wenn sich in einem Viereck $ABCD$ die Winkelhalbierenden der vier Innenwinkel des Vierecks $ABCD$ in einem Punkt S im Inneren des Vierecks schneiden, dann ergänzen sich die Winkel $\sphericalangle ASB$ und $\sphericalangle CSD$ zu 180° .
- Überprüfe, ob auch die folgende Umkehrung gilt: Wenn S ein Punkt im Inneren eines Vierecks $ABCD$ derart ist, dass sich die Winkel $\sphericalangle ASB$ und $\sphericalangle CSD$ zu 180° ergänzen, dann sind die Geraden AS , BS , CS und DS die vier Winkelhalbierenden im Viereck $ABCD$.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

Wir betrachten Spielkarten, bei denen die eine Seite blau und die andere Seite rot ist.

- a) Es liegen fünf Karten nebeneinander und alle mit der blauen Seite nach oben. Ein Spielzug besteht aus dem Auswählen und dem anschließenden Umdrehen von genau zwei dieser Karten.

Untersuche, ob man durch wiederholte Anwendung dieses Spielzuges erreichen kann, dass alle fünf Karten mit der roten Seite nach oben liegen.

- b) Es liegen fünf Karten nebeneinander und alle mit der blauen Seite nach oben. Ein Spielzug besteht nun aus dem Auswählen und dem anschließenden Umdrehen von genau drei dieser Karten.

Untersuche, ob man durch wiederholte Anwendung dieses Spielzuges erreichen kann, dass alle fünf Karten mit der roten Seite nach oben liegen.

- c) Es liegen mehr als zwei Karten nebeneinander und alle mit der blauen Seite nach oben. Ein Spielzug besteht wieder aus dem Auswählen und dem anschließenden Umdrehen von genau drei dieser Karten.

Untersuche, für welche Anzahlen an Karten man durch wiederholte Anwendung dieses Spielzuges erreichen kann, dass alle Karten mit der roten Seite nach oben liegen.