

56. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Olympiadeklasse 7
Aufgaben



© 2016 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

560721

In einer Schüssel befinden sich zehn Zettel, auf denen jeweils genau eine der Zahlen von 1 bis 10 steht. Keine dieser Zahlen kommt mehrfach vor. Jedes der Kinder Alvi, Barbie, Clivia, Duco und Emre entnimmt der Schale blind zwei Zettel und behält sie. Dann bildet jedes Kind die Summe der beiden Zahlen auf den Zetteln. Alvi errechnet 17, Barbie 16, Clivia 11, Duco 7 und Emre 4.

Gib für jedes der fünf Kinder an, welche Zettel es gezogen hat, und begründe deine Feststellungen.

560722

Franz hat in seinem Garten eine kleine Wanne, einen Eimer und eine kleine Gießkanne. Durch Versuche hat er festgestellt:

- (1) Mit dem Inhalt von 14 Eimern könnte er genau fünf solcher Wannen füllen, ohne dass Wasser übrig bleibt.
- (2) Mit dem Inhalt von 21 Gießkannen könnte er genau vier solcher Wannen füllen, ohne dass Wasser übrig bleibt.
- (3) Wenn er mit einem vollen Eimer Wasser die Gießkanne füllt, bleiben genau 3,5 Liter Wasser im Eimer.

Berechne das Fassungsvermögen dieser drei Gefäße.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

560723

Isolde will zu ihrer Geburtstagsparty einige ihrer Freundinnen einladen. Von ihren acht Freundinnen weiß sie jedoch Folgendes:

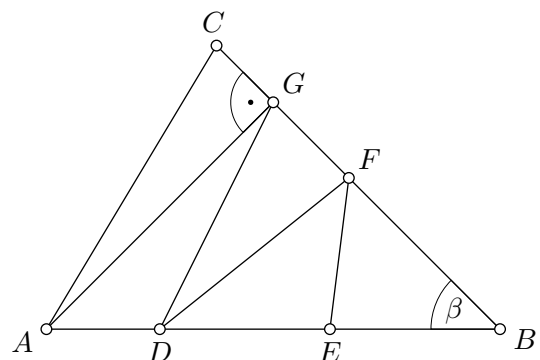
- (1) Ariane nimmt nicht an der Party teil, wenn Birte teilnimmt.
 - (2) Die Zwillinge Caroline und Dorothee nehmen entweder beide oder gar nicht an der Party teil.
 - (3) Elisabeth nimmt nicht an der Party teil, wenn Birte und Caroline zusammen teilnehmen.
 - (4) Fatima nimmt nicht an der Party teil, wenn Birte teilnimmt.
 - (5) Gianna nimmt nur dann an der Party teil, wenn Elisabeth oder Fatima teilnehmen, aber nicht Ariane.
 - (6) Hilde nimmt nur an der Party teil, wenn Ariane oder Birte teilnehmen.
- a) Welche ihrer Freundinnen kann Isolde zusammen mit Ariane einladen, wenn möglichst viele ihrer Freundinnen an der Party teilnehmen sollen?
 - b) Welche ihrer Freundinnen kann Isolde zusammen mit Birte einladen, wenn möglichst viele ihrer Freundinnen an der Party teilnehmen sollen?
 - c) Isolde hat genau fünf ihrer Freundinnen eingeladen und stellt nun fest, dass sie die anderen drei Freundinnen nicht einladen kann. Wen hat sie eingeladen?

Hinweis: Eine Aussage der Form „A oder B“ ist genau dann wahr, wenn mindestens eine der beiden Teilaussagen A und B wahr ist. Das heißt, die Aussage „A oder B“ ist auch dann wahr, wenn beide Teilaussagen wahr sind.

560724

Gegeben sind ein Dreieck ABC und Punkte D, E, F und G mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Die Punkte D und E liegen auf der Strecke \overline{AB} und die Punkte F und G liegen auf der Strecke \overline{BC} , siehe die Abbildung A 560724.
 - (2) Die Strecken \overline{AG} und \overline{BG} sind 12 cm lang.
 - (3) Der Winkel CGA ist ein rechter Winkel.
 - (4) Die Dreiecke AGC, ADG, DFG, DEF und BFE haben denselben Flächeninhalt.
- a) Berechne die Größe β des Winkels CBA .
 - b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .
 - c) Welche Länge besitzt die Strecke \overline{CG} ?
 - d) Begründe: Die Strecken \overline{DE} und \overline{BE} sind gleich lang.



A 560724