

56. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Olympiadeklasse 7
Aufgaben



© 2016 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

560711

Die Jahrgangsstufe 7 des Wandervogel-Gymnasiums plant einen Ausflug in das Deutsche Museum München. Der Mathematiklehrer Herr Teiler organisiert die Exkursion und kalkuliert die Kosten. Er überlegt: „Wenn jeder Schüler 75 Euro einzahlt, dann fehlen 440 Euro zum Gesamtbetrag. Zahlt dagegen jeder Schüler 80 Euro ein, dann bleiben 440 Euro übrig.“

Wie viele Schüler besuchen am Wandervogel-Gymnasium eine siebte Klasse?

560712

Zur Verfügung stehen 100 kleine Würfel. Jeder Würfel hat eine Kantenlänge von 2 cm. Aus diesen kleinen Würfeln wird ein Würfel W_1 mit größtmöglichem Volumen zusammengesetzt. Eine bestimmte Anzahl kleiner Würfel bleibt übrig. Aus ihnen wird ein weiterer Würfel W_2 mit dem nun noch größtmöglichen Volumen zusammengesetzt. Aus den restlichen Würfeln wird ein Würfel W_3 mit dem nun noch größtmöglichen Volumen zusammengesetzt, wobei Würfel übrig bleiben können.

Bestimme die Anzahl der kleinen Würfel, die nach der Zusammensetzung der Würfel W_1 , W_2 und W_3 noch übrig bleiben.

560713

Susanne hat eine interessante Zahl aufgeschrieben. Die Zahl ist sechsstellig. Jede der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 und 6 kommt genau einmal vor. Betrachtet man nur die von links ersten beiden Ziffern, so ist diese zweistellige Zahl durch 2 teilbar. Betrachtet man nur die von links ersten drei Ziffern, so ist diese dreistellige Zahl durch 3 teilbar. Dies geht so fort bis zur sechsstelligen Zahl, die durch 6 teilbar ist.

- a) Gib eine Zahl an, die Susanne aufgeschrieben haben könnte.
- b) Susanne möchte wissen, ob es noch weitere derartige Zahlen gibt.
Finde alle derartigen Zahlen und begründe, warum nur diese Zahlen die gegebenen Bedingungen erfüllen.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

560714

Paul hört täglich die „Top Twenty“ bei seinem Lieblingssender „Mathewelle“. Dabei ist ihm aufgefallen, dass seit einigen Tagen kein Song wieder aufgestiegen ist, nachdem er einmal abgestiegen war. Er überlegt sich, was die größtmögliche Anzahl an Tagen ist, an denen die „Top Twenty“ unter den folgenden Bedingungen gespielt werden können: Kein Song steigt wieder auf, nachdem er einmal abgestiegen ist. Kein Song kommt mehr hinzu, keiner scheidet aus. Der Sender spielt immer eine im Vergleich zum Vortag veränderte Reihenfolge.

Bestimme diese größtmögliche Anzahl an Tagen.

Hinweise: 1. „Aufsteigen“ heißt verbessern auf der Rangliste, „absteigen“ heißt verschlechtern auf der Rangliste.

2. Du musst begründen, warum es unter den Bedingungen der Aufgabe nicht möglich ist, die „Top Twenty“ länger zu spielen als von dir behauptet. Du musst zudem begründen, dass es tatsächlich möglich ist, die „Top Twenty“ unter den Bedingungen der Aufgabe so lange, wie von dir behauptet, abzuspielen.