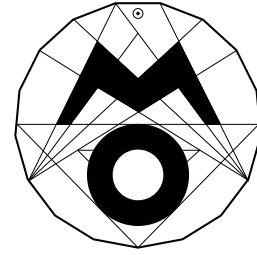


**55. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Landesrunde)**  
**Olympiadeklasse 9**  
**Aufgaben – 2. Tag**



© 2015 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

550934

Georg hat 55 gleich große Bälle, von denen einige blau sind und die übrigen rot. Außerdem hat er 10 Kisten; in die erste Kiste passt genau ein Ball, in die zweite Kiste passen genau zwei Bälle usw.

Er möchte nun alle Bälle in Kisten verstauen, wobei in keiner Kiste Bälle unterschiedlicher Farbe vorkommen sollen.

Zeigen Sie, dass dies stets möglich ist.

550935

Die Position eines rechteckigen, zwei Meter langen und ein Meter breiten Freigeheges für Kleintiere auf einer Wiese kann durch Anheben an einer Ecke, Drehen um die gegenüberliegende Ecke und nachfolgendes Absetzen geändert werden. Diese Bewegung des Freigeheges sei mit „Eckdrehung“ gemeint.

Wie viele Eckdrehungen sind mindestens nötig, um das Freigehege letztendlich genau um seine Breite (in Richtung derselben) zu verschieben?

Insbesondere soll also jede Ecke des Freigeheges am Ende genau einen Meter von ihrer Ausgangsposition entfernt sein.

550936

Es sei  $M$  die Menge aller natürlichen Zahlen, die nur Einsen und Zweien als Ziffern enthalten, und  $A(n)$  sei die Anzahl aller solcher Zahlen mit der Quersumme  $n$ .

- a) Berechnen Sie  $A(4)$  und  $A(5)$ .
- b) Untersuchen Sie, ob  $A(8 \cdot 2016)$  größer, kleiner oder gleich  $10^{2016}$  ist.

*Hinweis:* Es gilt beispielsweise  $A(3) = 3$ , denn es gibt in  $M$  genau die Zahlen 111, 12 und 21 mit der Quersumme 3.