

55. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionale)
Olympiadeklasse 8
Aufgaben



© 2015 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

550821

Anne, Birte und Charlotte spielten ein Spiel für drei Spieler in mehreren Runden. Vor Beginn des Spiels hatten sie vereinbart, wie viele Punkte es für den Gewinner, den Zweiten und den Verlierer einer Runde gibt, wobei die Punktvergabe in allen Runden dieselbe ist und alle Punkte ganzzahlig sind. Für den Rundensieg gab es natürlich die höchste Punktzahl. Der Rundenverlierer bekam zwar die geringste Punktzahl, jedoch immer noch mehr als keinen Punkt. Birte gewann die zweite Runde. Der Endstand lautete: Anne erhielt insgesamt 20 Punkte, Birte 10 Punkte und Charlotte 9 Punkte.

Untersuche, ob aus diesen Angaben eindeutig ermittelt werden kann, wer die erste Runde gewonnen hat und wie viele Punkte Charlotte in der letzten Runde erzielte.

550822

Gegeben sind ein Quadrat $ABCD$ und zwei Punkte R und S . Das Quadrat $ABCD$ hat die Seitenlänge 9 cm. Der Punkt R liegt auf der Diagonalen \overline{AC} derart, dass die Strecke \overline{AR} halb so lang wie die Strecke \overline{CR} ist. Der Punkt S liegt auf der Seite \overline{CD} derart, dass die Strecke \overline{CS} halb so lang wie die Strecke \overline{DS} ist.

- a) Zeichne das Quadrat $ABCD$ und das Viereck $BCSR$.
- b) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks $BCSR$.
- c) Berechne die Größe des Winkels BRS .

Hinweis: Alle gesuchten Größen sollen aus den geometrischen Gegebenheiten exakt bestimmt werden. Messungen mit Lineal oder Geodreieck sind in diesem Sinne niemals exakt.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

550823

Es gibt vier Zahlen, welche den folgenden Bedingungen genügen:

- (1) Die erste Zahl ist um fünf kleiner als das Dreifache der vierten Zahl.
- (2) Die zweite Zahl ist gleich der Summe aus der dritten Zahl und dem Doppelten der ersten Zahl.
- (3) Die dritte Zahl ist gleich der Differenz aus dem Dreifachen der ersten Zahl und dem Doppelten der vierten Zahl.
- (4) Die Summe der vier Zahlen beträgt 267.

Zeige, dass durch diese Bedingungen die vier Zahlen eindeutig bestimmt sind und gib diese Zahlen an.

550824

Bestimme alle ganzen Zahlen a , b und c mit $0 < a \leq b \leq c$ derart, dass die Maßzahl des Volumens eines Quaders, dessen Kantenlängen die Maßzahlen a , b und c haben, genauso groß ist wie die Maßzahl der Summe aller Kantenlängen des Quaders. Die Kantenlängen werden dabei in Zentimetern, das Volumen in Kubikzentimetern gemessen.