52. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Olympiadeklasse 7
Aufgaben – 1. Tag

© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
`www.mathematik-olympiaden.de`. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

520731

Antje, Beate und Corinna besuchen die Arbeitsgemeinschaften Gartenbau, Mathematik, Chemie, Physik, Turnen und Volleyball. Jedes dieser Mädchen besucht genau zwei dieser Arbeitsgemeinschaften, und keine zwei dieser Mädchen besuchen dieselbe Arbeitsgemeinschaft. Ferner ist Folgendes bekannt:

(1) Drei Mädchen, nämlich die „Turnerin“, die „Gartenbauerin“ und Corinna, verbringen oft ihre Freizeit gemeinsam.
(2) Die „Mathematikerin“ ist jünger als die „Gartenbauerin“.
(3) Antje, die „Mathematikerin“ und die „Physikerin“ sind drei Schülerinnen derselben Klasse.
(4) Die „Chemikerin“ und die „Physikerin“ sind Nachbarn.
(5) Corinna ist das älteste dieser drei Mädchen.

a) Ermittle, welches der Mädchen die Arbeitsgemeinschaft Mathematik besucht.
b) Weise nach, dass sich die Zuordnung der Mädchen zu den Arbeitsgemeinschaften aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, und gib diese Zuordnung an.

520732

Ermittle alle Paare (x, y) positiver ganzer Zahlen, welche die Gleichung $3x + 4y = 63$ erfüllen.

520733

Wir betrachten ein Dreieck ABC und Punkte D, M und P mit folgenden Eigenschaften:

(1) Der Punkt M ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC und er liegt auf der Strecke $\overline{AB}$.
(2) Die Geraden AB und CM stehen senkrecht aufeinander.
(3) Der Punkt D liegt auf dem Umkreis des Dreiecks ABC, und zwar derart auf dem kürzeren Bogen von A nach C, dass der Winkel MDB die Größe $15°$ hat.
(4) Der Punkt P liegt auf der Strecke $\overline{MC}$ und die Geraden AB und DP sind parallel zueinander.

a) Fertige eine Planfigur an und trage alle gegebenen Informationen ein.
b) Zeige, dass das Dreieck MCD gleichseitig ist.
c) Berechne die Länge der Strecke $\overline{PC}$ in Abhängigkeit von der Länge der Strecke $\overline{AB}$.