

**52. Mathematik-Olympiade**  
**2. Stufe (Regionalrunde)**  
**Klasse 7**  
**Aufgaben**



© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

520721

- a) Nach langer Dürre wurden Kartoffeln um 20 % teurer. Etwas später wurde der Preis für Kartoffeln wieder um 20 % gesenkt.  
Ermittle, ob die Kartoffeln vor der Preiserhöhung oder nach der Preissenkung billiger waren. Wie viel Prozent beträgt der Preisunterschied bezogen auf den Preis vor der Dürre?
- b) Ein geschäftstüchtiger Getränkehändler erhöht den Preis für pfandfreien Orangensaft „ganz unauffällig“ auf folgende Weise: Er verkauft den Saft jetzt in 0,75-Liter-Flaschen, und zwar zu dem Preis, den er früher für die 1-Liter-Flaschen verlangt hat.  
Ermittle, um wie viel Prozent sich der Orangensaft für den Kunden verteuert hat.

520722

Auf einem Tisch stehen in dieser Reihenfolge von links nach rechts eine rote, eine grüne, eine blaue, eine weiße und eine schwarze Kanne. In diesen Kannen befinden sich in unbekannter Reihenfolge die fünf verschiedenen Getränke Tee, Kaffee, Milch, Wasser und Saft. Bekannt ist nur, dass sich die Kanne mit Kaffee in der Mitte befindet.

Die schwarze Kanne wird nun so zwischen zwei andere Kannen gestellt, dass unmittelbar links neben ihr die Kanne mit dem Tee und unmittelbar rechts neben ihr die Kanne mit der Milch steht. Nach diesem Umstellen steht die Kanne mit der Milch direkt neben der Kanne mit dem Wasser.

Zeige, dass man aus diesen Angaben eindeutig ermitteln kann, welche Getränke die genannten Kannen enthalten.

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

520723

- a) Die Abbildung A 520723 a zeigt ein Quadrat  $ABCD$ , dem ein Quadrat  $EFGH$  so einbeschrieben ist, dass die Eckpunkte des kleineren Quadrates  $EFGH$  auf den Seitenmitten des Quadrates  $ABCD$  liegen. Der Flächeninhalt des Quadrates  $ABCD$  beträgt  $6 \text{ cm}^2$ .

Ermittle den Flächeninhalt des Quadrates  $EFGH$ .

- b) Die Abbildung A 520723 b zeigt ein Quadrat  $PQRS$ , dem ein kleineres Quadrat  $TUVW$  einbeschrieben ist. Das größere Quadrat hat einen Flächeninhalt von  $36 \text{ cm}^2$  und das kleinere Quadrat hat einen Flächeninhalt von  $25 \text{ cm}^2$ .

Ermittle den Flächeninhalt und den Umfang des Dreiecks  $PTW$ .

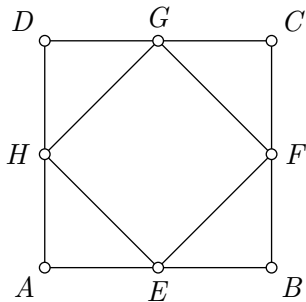


Abbildung A 520723 a

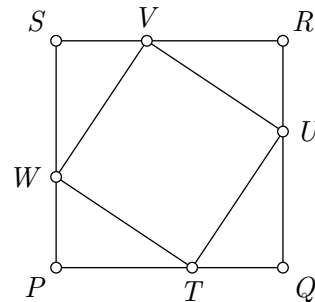


Abbildung A 520723 b

- c) Ein Quadrat habe die Seitenlänge  $32 \text{ cm}$ . Es werden nun die Mittelpunkte der vier Seiten so verbunden, dass ein einbeschriebenes Quadrat entsteht. Dieses Verfahren wird fortgesetzt: Es entstehen weitere, immer kleinere einbeschriebene Quadrate.

Ermittle die Seitenlänge des zehnten, so einbeschriebenen Quadrates.

520724

Eine positive ganze Zahl soll auf Teilbarkeit durch 7 geprüft werden. Betrachtet wird die folgende Regel:

*Die Einerziffer der Zahl wird gestrichen und dann wird das Doppelte der Einerziffer abgezogen. Wenn die so erhaltene Zahl durch 7 teilbar ist, dann ist auch die Ausgangszahl durch 7 teilbar.*

*Beispiel:* Aus der zu prüfenden Zahl 539 entsteht mit der Zwischenrechnung  $53\cancel{9} - 2 \cdot 9 = 53 - 18$  die Zahl 35. Da 35 durch 7 teilbar ist, ist nach der Regel auch 539 durch 7 teilbar.

- Zeige mit Hilfe dieser Regel, dass die Zahl 364 durch 7 teilbar ist.
- Zeige durch viermalige Anwendung dieser Regel, dass 3 645 068 durch 7 teilbar ist. Notiere hierzu die Zahlen, deren Teilbarkeit durch 7 zu prüfen ist. Berechne dann auch den Wert des Quotienten  $3\ 645\ 068 : 7$  durch schriftliche Division.
- Beweise die Regel.