

**52. Mathematik-Olympiade**  
**1. Stufe (Schulrunde)**  
**Klasse 5**  
**Aufgaben**



© 2012 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

520511

Zeichne zwei Kreise und zwei Geraden so, dass die jeweilige Figur

- a) genau neun Schnittpunkte aufweist;
- b) genau zehn Schnittpunkte aufweist;
- c) genau elf Schnittpunkte aufweist.
- d) Ist es möglich, eine Figur aus zwei Kreisen und zwei Geraden mit elf Schnittpunkten zu zeichnen, wenn die Geraden senkrecht aufeinander stehen sollen? Zeichne gegebenenfalls eine solche Figur.

*Hinweis:* Eine Gerade hat – im Unterschied zu einer Strecke – keine Endpunkte.

520512

Eine Primzahl ist eine Zahl, die genau zwei Teiler hat, nämlich die 1 und sich selbst. So sind z. B. die Zahlen 2, 3 und 7 Primzahlen.

- a) Zeige, dass sich jede gerade Zahl von 4 bis 40 als Summe von zwei Primzahlen schreiben lässt. Die beiden Primzahlen müssen dabei nicht verschieden sein.  
Beispiel für eine weitere Zahl:  $42 = 19 + 23$ .  
*Hinweis:* In vielen Fällen gibt es für eine solche Darstellung mehr als eine Möglichkeit. Auch danach kannst du suchen.
- b) Stelle die Zahl 98 als Summe von zwei Primzahlen dar.

*Zusatz:* Kann man auch die Zahl 2012 als Summe von zwei Primzahlen schreiben?

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

### 520513

Weil dieses Jahr die 52. Mathematik-Olympiade stattfindet, hat sich Tim folgende Aufgabe gestellt:

„Ich möchte auf Kästchenpapier 52 Kästchen so anordnen, dass sie in ein  $8 \times 8$ -Quadrat passen. Ein  $8 \times 8$ -Quadrat hat natürlich 64 Kästchen.“

- a) Die Figur aus den 52 Kästchen in dem  $8 \times 8$ -Quadrat soll symmetrisch mit genau zwei verschiedenen Spiegelachsen sein. Zeichne ein Beispiel und kennzeichne die Spiegelachsen.
- b) Die Figur aus den 52 Kästchen in dem  $8 \times 8$ -Quadrat soll symmetrisch mit genau vier verschiedenen Spiegelachsen sein. Zeichne **zwei** Beispiele und kennzeichne jeweils die Spiegelachsen.
- c) Tim macht sich die Aufgabe ein wenig schwerer: Er fasst jetzt die 52 Kästchen zu dreizehn  $2 \times 2$ -Quadraten zusammen und ordnet diese im  $8 \times 8$ -Quadrat an. Die entstehende Figur soll wiederum symmetrisch sein.  
Gib eine solche Figur mit einer gekennzeichneten Spiegelachse an.

### 520514

Anna und Ben haben sich ein Spiel ausgedacht:

Sie beginnen mit einer beliebigen zweistelligen Zahl (also einer Zahl, die aus zwei Ziffern besteht).

In jedem Zug können sie entweder

- (1) eine Ziffer streichen, solange die Zahl noch zweistellig ist, oder
- (2) eine Ziffer um eins verkleinern.

Dabei darf nie die 0 an erster Stelle stehen.

Das Spiel endet, wenn die 1 dasteht. Gewonnen hat, wer den letzten Zug macht, also die 1 erzeugt.

Anna beginnt immer.

*Beispiel für einen Spielverlauf:* Sie beginnen mit 32. Anna ist am Zug und streicht die vordere Ziffer. Es bleibt die 2. Ben verkleinert die 2 um eins auf 1. Damit ist das Spiel zu Ende und Ben hat gewonnen.

- a) Kann Anna bei der Startzahl 32 durch geschicktes Spielen sicher gewinnen?  
Begründe deine Aussage.
- b) Untersuche die Spiele für die Startzahlen 38, 66, 55 und 86, wenn beide Spieler optimal spielen: Wer wird dann jeweils gewinnen?

*Zusatz:* Für welche Startzahlen kann Anna, und für welche Startzahlen kann Ben sicher gewinnen? Schreibe nicht alle Zahlen auf, sondern beschreibe, welche Eigenschaften die Zahlen haben müssen.