

**51. Mathematik-Olympiade**  
**2. Stufe (Regionalrunde)**  
**Klasse 7**  
**Aufgaben**



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

510721

Annika liebt Zahlenspielerien und wohnt in der Eulerstraße 56. Als sie in der Adressenliste ihrer Klasse die Hausnummern ihrer Mitschüler mit der eigenen vergleicht, fallen ihr besondere Zusammenhänge auf:

- (1) Die Summe der Hausnummern ihrer vier liebsten Klassenkameraden Priska, Betty, Sarah und Holger ergibt ihre eigene Hausnummer.
  - (2) Die Hausnummer von Betty ist doppelt so groß wie die Hausnummer von Priska.
  - (3) Sarah hat eine Hausnummer, die doppelt so groß wie Bettys Hausnummer ist.
  - (4) Holger wohnt in einem Haus mit einer Hausnummer, die genau halb so groß wie Bettys Hausnummer ist.
- a) Ermittle die Hausnummern der vier besten Freunde von Annika.
- b) Weise zusätzlich durch eine Probe nach, dass die in Teilaufgabe a) ermittelten Hausnummern tatsächlich die im Aufgabentext gestellten Bedingungen erfüllen, d. h. führe eine *Probe am Text* durch.
- Bemerkung:* Die hier geforderte Probe ist als Existenzbeweis logisch nicht erforderlich.

510722

Gegeben sind zwei Strecken mit den Streckenlängen  $a = 13$  cm und  $b = 7$  cm. Aus diesen beiden Strecken sollen unter Hinzunahme einer dritten Strecke Dreiecke gezeichnet werden. Alle Größen werden in Zentimeter angegeben.

- a) Ermittle alle möglichen Längen der dritten Strecke, wenn außerdem gefordert wird, dass die Maßzahl  $p$  der Länge dieser Strecke eine Primzahl ist.
- b) Ermittle alle möglichen Längen der dritten Strecke, wenn außerdem gefordert wird, dass die Maßzahl  $q$  der Länge dieser Strecke derart gewählt wird, dass die Maßzahl  $u$  des Umfangs des Dreiecks eine Primzahl ist.

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

### 510723

Die sechs Spielfreunde Albert, Bruno, Clemens, David, Erik und Franz wollen in zwei Dreiergruppen gegeneinander spielen. Sie äußern folgende Forderungen für die Aufteilung:

- (1) Albert: „Ich möchte weder mit David noch mit Franz spielen.“
  - (2) Bruno: „Wenn Erik und Clemens oder Erik und Franz zusammen in einer Spielgruppe sind, dann möchte ich überhaupt nicht spielen.“
  - (3) Clemens: „Ich möchte mit Franz spielen.“
  - (4) David: „Ich möchte nicht mit Franz spielen.“
  - (5) Erik: „Ich möchte nicht zusammen mit Albert und David spielen.“
- a) Ermittle eine Aufteilung der sechs Spielfreunde in zwei Dreiergruppen, welche den Forderungen (1), (2) und (3) genügt.
  - b) Zeige, dass es keine weitere Aufteilung in zwei Dreiergruppen gibt, welche den Forderungen (1), (2) und (3) genügt.
  - c) Untersuche, ob es Aufteilungen in zwei Dreiergruppen gibt, welche den Forderungen (1), (2), (3) und (4) genügen.
  - d) Untersuche, ob es Aufteilungen in zwei Dreiergruppen gibt, welche den Forderungen (1), (2), (3) und (5) genügen.

### 510724

- a) Jemand bildet aus zwei positiven ganzen Zahlen die Summe, die Differenz und das Produkt.  
Untersuche, ob es vorkommen kann, dass keines dieser drei Ergebnisse durch 3 teilbar ist.
- b) Jemand bildet aus drei positiven ganzen Zahlen, für die  $a \geq b \geq c$  gilt, die Summe  $a + b + c$  und die Differenzen  $a - b$ ,  $b - c$ ,  $a - c$ .  
Untersuche, ob es vorkommen kann, dass keines dieser vier Ergebnisse durch 3 teilbar ist.