

51. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 5
Aufgaben

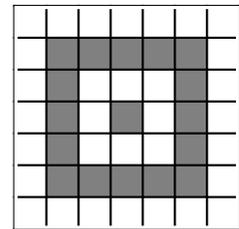


© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

510521

Zeichne auf Kästchenpapier ein Quadrat mit 13 Kästchen Kantenlänge. Färbe dann das zentrale Kästchen (also das Kästchen genau in der Mitte) grau. Um dieses zentrale Kästchen lässt du einen Ring aus weißen Kästchen. Dieser Ring wird jetzt wieder von einem Ring aus grauen Kästchen umgeben - und so weiter, bis du am Rand des Quadrats angekommen bist. Die Abbildung zeigt ein entsprechend gefärbtes Quadrat mit 7 Kästchen Kantenlänge.



- a) Wie viele Ringe aus weißen Kästchen gibt es in dem 13×13 - Quadrat?
- b) Wie viele Kästchen in dem 13×13 - Quadrat sind weiß gefärbt, wie viele grau?
- c) Wie viele weiße und wie viele graue Kästchen gibt es in einem 19×19 - Quadrat? (Löse diese Aufgabe bitte nicht durch eine Zeichnung, sondern durch Denken, und schreibe die Begründung auf!)

510522

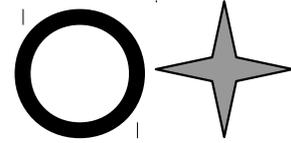
Ein Olivenbauer sagt: „Auf meinem Gut stehen 200 Olivenbäume. Jeder meiner Olivenbäume trägt im Jahr 36 kg Oliven. Jede Olive wiegt 5 g. Natürlich hat jede Olive einen Stein, und der wiegt 2 g. Um einen Liter Olivenöl zu pressen, brauche ich neunhundert Oliven.“

- a) Wie viel wiegen die Oliven, aus denen zwei Liter Olivenöl gepresst wird?
- b) Wie viele Liter Olivenöl kann der Bauer pro Jahr aus der Olivenernte herstellen?
- c) Wie viel wiegen alle Steine zusammen, die bei der Pressung übrig bleiben?
- d) Ein Liter Öl wiegt 1 kg. Der Rest von der Pressung - also das, was weder Stein noch Öl ist - kann als Tierfutter verwendet werden. Wie viel Tierfutter kann der Bauer verkaufen?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

510523

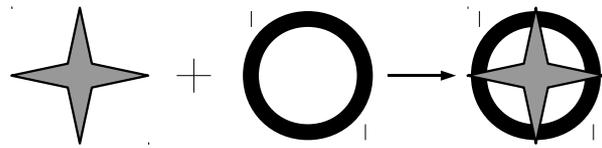
Sarah hat zwei Stempeltypen bekommen, einen Stempeltyp, der einen Kreis ergibt, und einen Stempeltyp, der einen Stern ergibt. Sie überlegt sich, ob sie mit diesen beiden Stempeltypen und vier Stempelkissen mit den Farben Rot, Grün, Orange und Blau jede Seite ihres Tagebuchs unterschiedlich „nummerieren“ kann; das Tagebuch hat einhundert Seiten.



- a) Ihre erste Idee ist, einfach zwei Stempel unten auf jede Seite so zu setzen, dass sich jede Seite von jeder anderen unterscheidet - sei es durch mindestens eine Farbe der Stempel, sei es durch den Typ der Stempel, sei es durch die Reihenfolge. (Roter Kreis, dann blauer Stern ist also eine andere „Seitennummer“ als blauer Stern, dann roter Kreis).
Wie viele Seiten kann sie auf diese Art nummerieren? Reicht dies für das Tagebuch?

- b) Sarahs Freundin Katrin schlägt eine andere „Nummerierungs-Stempelung“ vor:

„Pass’ mal auf, auf jede Seite machst du unten zwei Doppel-Stempel, also jeweils einen Stern im Kreis.“

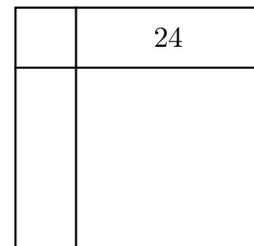


Und damit es hübscher aussieht, soll jeder Kreis eine andere Farbe haben, und jeder Stern soll sich in der Farbe von seinem Kreis unterscheiden.“

Wie viele Seiten können mit Katrins Vorschlag „nummeriert“ werden?

510524

Ein Quadrat ist durch zwei zu den Kanten parallele Strecken so geteilt, dass sich vier Felder ergeben. Die beiden Felder links oben und rechts unten sind dabei wiederum Quadrate, wobei das Quadrat links oben in das Quadrat rechts unten hineinpasst (siehe Abbildung; diese Abbildung ist nicht maßstäblich!).



Das Feld rechts oben hat den Flächeninhalt von 24 Einheitsquadraten und ganzzahlige Kantenlängen.

Bestimme alle Möglichkeiten für die anderen drei Flächeninhalte.