# 51. Mathematik-Olympiade
## 1. Stufe (Schulstufe)
## Klasse 8
## Aufgaben



Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

### 510811

Als Eulenspiegel wieder einmal auf Wanderschaft war, traf er unterwegs einen Handwerksburschen. Sie hatten Hunger und gingen gemeinsam bis zum nächsten Wirtshaus. Dort verspeisten sie ein köstliches Mahl, für das jeder von ihnen einen Taler hätte bezahlen müssen. Auf Wunsch des Wirtes begannen sie aber zunächst mit einem Kartenspiel.

Zuerst verlor Eulenspiegel die Hälfte seines Geldes zu gleichen Teilen an den Handwerksburschen und an den Wirt. Danach verlor der Handwerksbursche die Hälfte seines nun vorhandenen Geldes zu gleichen Teilen an Eulenspiegel und den Wirt. Schließlich verlor der Wirt die Hälfte seines dann vorhandenen Geldes zu gleichen Teilen an den Handwerksburschen und an Eulenspiegel. Nach Abschluss dieses dritten Spieles hatte jeder der drei Spieler genau 8 Taler.

Ermittle, wie viel jeder der Spieler bei diesem Kartenspiel insgesamt gewonnen oder verloren hat.

### 510812

Die Feldspätzin Molly fand, dass es wieder einmal Zeit sei, ihre Freundin Nelly in der 6 km entfernten Stadt zu besuchen. Die gleiche Idee hatte auch Nelly. Just als es vom Kirchturm 16 Uhr schlug, flogen beide daheim los und pfeilgerade mit jeweils konstanter Geschwindigkeit einander entgegen. Dabei war die schlanke Städterin eineinhalbmal so schnell wie Molly. Nach genau zwei Minuten Flugzeit verschnaufte Nelly auf einem Baum und flog nicht weiter. Exakt vier Minuten später traf auch die mollige Feldspätzin dort ein.

Ermittle die Geschwindigkeiten, mit denen Molly und Nelly flogen.

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

510813

Eine Strecke, deren Endpunkte auf einem Kreis liegen, bezeichnet man als *Sehne* dieses Kreises. Ein Viereck $ABCD$, dessen Eckpunkte in der Reihenfolge $A$, $B$, $C$, $D$ auf einem Kreis liegen, heißt *Sehnenviereck*.

a) Die Punkte $A$, $B$, $C$ und $D$ mit den Koordinaten $(6;0)$, $(10;2)$, $(10;8)$ und $(3;1)$ sind Eckpunkte eines Sehnenvierecks.
Trage diese Punkte in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein und konstruiere einen Kreis, auf dem alle vier Punkte liegen.
Beschreibe, wie du den Kreismittelpunkt konstruiert hast, und gib seine Koordinaten an.

b) Zeichne drei verschieden große Kreise und in jeden dieser Kreise ein Sehnenviereck. Miss die Größen aller Innenwinkel der Vierecke und bilde jeweils von zwei gegenüberliegenden Innenwinkeln die Summe ihrer Größen.
Welche Vermutung kann man aus diesen Beispielen ableiten?

c) Beweise deine Vermutung für den Fall, dass der Mittelpunkt des Umkreises im Inneren des Sehnenvierecks liegt.

510814

Eine Palindromzahl ist eine Zahl mit folgender Eigenschaft: Liest man ihre Ziffern von links nach rechts, so ergibt sich dieselbe Zahl, wie beim Lesen von rechts nach links. Die Zahl 615 516 ist eine Palindromzahl. Die Zahl 415 ist keine Palindromzahl, denn wenn man die Ziffern von rechts nach links liest, erhält man die Zahl 514.

a) Beweise: Eine sechsstellige Palindromzahl ist immer durch 11 teilbar.

b) Beweise: Wenn man alle sechsstelligen Palindromzahlen durch 11 dividiert, dann sind mindestens 10 % dieser Quotienten fünfstellige Palindromzahlen.

c) Untersuche: Gibt es mehr sechsstellige Palindromzahlen, die bei der Division durch 11 keine fünfstellige Palindromzahl ergeben, als solche, bei denen sich eine fünfstellige Palindromzahl ergibt?