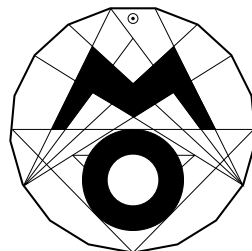


50. Mathematik-Olympiade  
 4. Stufe (Bundesrunde)  
 Klasse 12–13  
 Aufgaben – 1. Tag



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

501341

Man beweise, dass für jede nichtnegative ganze Zahl  $n$  und jede reelle Zahl  $x$  die Ungleichung

$$\sin x \cdot (n \sin x - \sin nx) \geq 0$$

gilt.

501342

Ein Logistikunternehmen bemisst den Preis für das Versenden eines quaderförmigen Päckchens proportional zur Summe seiner drei Maße (Länge, Breite und Höhe). Gibt es Fälle, in denen man das Porto verringern kann, indem man ein teureres Päckchen in ein billigeres verpackt?

501343

Es sei  $ABC$  ein spitzwinkliges Dreieck und  $D$  der Fußpunkt des von  $A$  auf die Seite  $\overline{BC}$  gefällten Lotes. Der Halbkreis über  $\overline{BC}$  schneide die Strecken  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  und  $\overline{AD}$  in den Punkten  $F$ ,  $E$  bzw.  $X$ . Die Umkreise der Dreiecke  $DEX$  und  $DXF$  mögen die Seite  $\overline{BC}$  außer in  $D$  noch in den Punkten  $L$  bzw.  $N$  schneiden. Man beweise, dass die Strecken  $\overline{BN}$  und  $\overline{LC}$  gleich lang sind.

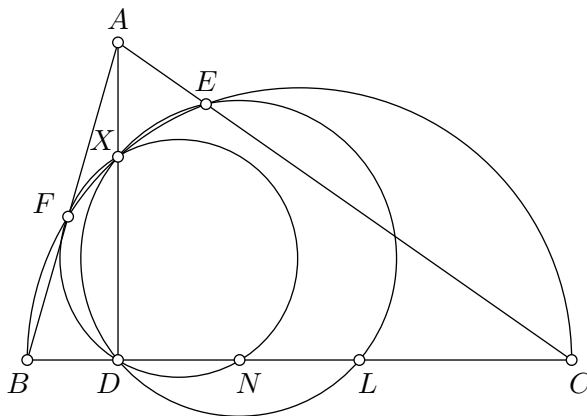


Abbildung A 501343