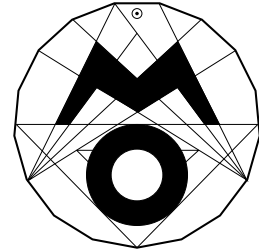


50. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 11
Aufgaben – 2. Tag



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

501144

In der Ebene sind zwei verschiedene Punkte A und B gegeben.

- a) Man ermittle die Menge M aller derjenigen Punkte C in der Ebene, für die gilt

$$|AC|^2 + |BC|^2 = 2 \cdot |AB|^2.$$

- b) Man untersuche, ob es unter den Winkeln $\sphericalangle ACB$ mit $C \in M$ einen größten gibt, und bestimme gegebenenfalls seinen Wert.

501145

Man bestimme alle Funktionen f , für die gilt: $f(x)$ ist für alle reellen Zahlen x definiert, die Funktionswerte von f sind reelle Zahlen, und für alle reellen Zahlen x, y ist die Gleichung

$$f\left(f\left(\frac{x+y}{2}\right)\right) = f(x+y) \cdot f(x-y)$$

erfüllt.

501146

Man entscheide, ob es eine nichtnegative ganze Zahl n gibt, für die $324 + 455^n$ eine Primzahl ist.