

50. Mathematik-Olympiade  
4. Stufe (Bundesrunde)  
Klasse 11  
Aufgaben – 1. Tag



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

501141

Man beweise, dass für jede nichtnegative ganze Zahl  $n$  und jede reelle Zahl  $x$  die Ungleichung

$$\sin x \cdot (n \sin x - \sin nx) \geq 0$$

gilt.

501142

Ein Logistikunternehmen bemisst den Preis für das Versenden eines quaderförmigen Päckchens proportional zur Summe seiner drei Maße (Länge, Breite und Höhe). Gibt es Fälle, in denen man das Porto verringern kann, indem man ein teureres Päckchen in ein billigeres verpackt?

501143

Zwei Punkte  $A$  und  $B$  liegen auf einem Kreis  $k$ , der den Mittelpunkt  $M$  hat. Der Punkt  $C$  liegt so, dass die Gerade  $AC$  eine Tangente an den Kreis  $k$  ist. Der Punkt  $D$  ist das Bild des Punktes  $C$  bei der Drehung um den Punkt  $M$ , die den Punkt  $A$  auf den Punkt  $B$  abbildet. Man beweise, dass die Gerade  $AB$  die Strecke  $\overline{CD}$  halbiert.