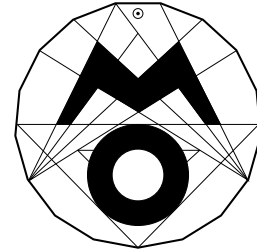


50. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 10
Aufgaben – 1. Tag



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

501031

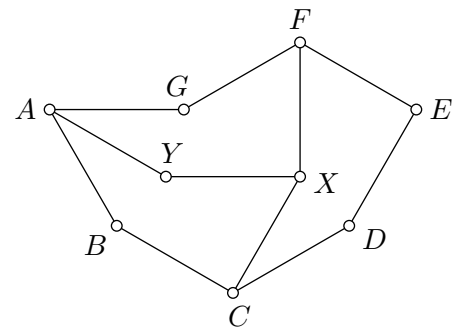
Meiers haben mehrere Kinder, die alle unterschiedlich alt sind, und es sei nicht ausgeschlossen, dass unter den Kindern Erwachsene sind. Jede Tochter ist um genau ein Jahr älter als einer ihrer Brüder. Bis auf einen ist jeder Sohn genau doppelt so alt wie eine seiner Schwestern. Alle Kinder zusammen sind 16 mal so alt wie das jüngste Kind.

Wie viele Kinder sind es und wie alt sind sie?

Hinweis: Es wird nur das ganzzahlige Alter der Kinder betrachtet.

501032

Ein Siebeneck $ABCDEFG$ enthalte in seinem Inneren eine Strecke \overline{XY} der Länge $6 - 2\sqrt{3}$ derart, dass das Fünfeck $ABCXY$ durch Drehung um A auf das Fünfeck $AYXFG$ und dieses durch Drehung um F auf das Fünfeck $CDEFX$ abgebildet werden kann (siehe nebenstehende Abbildung).



Welchen Flächeninhalt hat das Siebeneck?

501033

Stargate-MO-50 ist eine Science-Fiction-Serie, die sich mit den Abenteuern eines Top Secret Air Force Teams beschäftigt, das weite Strecken im Weltraum mit Hilfe von Toren (Ausgangspunkt oder Endpunkt einer Reise), die Stargates genannt werden, schnell überwinden kann. In Stargate-MO-50 gibt es genau 2011 Stargates und zwischen je zweien von ihnen gibt es genau eine Direktverbindung, ein so genanntes Wurmloch (Schnellstraße im Weltall). *Leider dürfen die Wurmlöcher wie Einbahnstraßen nur in einer Richtung benutzt werden.* Weiterhin ist bekannt, dass die Anzahl der von einem Stargate wegführenden Wurmlöcher für alle Stargates gleich ist.

Beweisen Sie, dass man von jedem Stargate aus jedes andere – eventuell auf einem Umweg über andere Stargates – durch Wurmlöcher erreichen kann.