

50. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 9
Aufgaben – 1. Tag



© 2011 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

500931

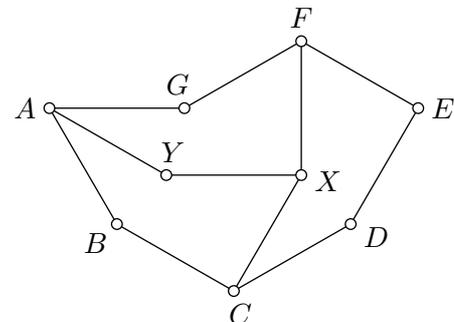
Meiers haben mehrere Kinder, die alle unterschiedlich alt sind, und es sei nicht ausgeschlossen, dass unter den Kindern Erwachsene sind. Jede Tochter ist um genau ein Jahr älter als einer ihrer Brüder. Bis auf einen ist jeder Sohn genau doppelt so alt wie eine seiner Schwestern. Alle Kinder zusammen sind 16 mal so alt wie das jüngste Kind.

Wie viele Kinder sind es und wie alt sind sie?

Hinweis: Es wird nur das ganzzahlige Alter der Kinder betrachtet.

500932

Ein Siebeneck $ABCDEFG$ enthalte in seinem Inneren eine Strecke \overline{XY} der Länge $6 - 2\sqrt{3}$ derart, dass das Fünfeck $ABCXY$ durch Drehung um A auf das Fünfeck $AYXFG$ und dieses durch Drehung um F auf das Fünfeck $CDEFX$ abgebildet werden kann (siehe nebenstehende Abbildung).



Welchen Flächeninhalt hat das Siebeneck?

500933

In Goldenmodorf gibt es sieben Plätze und neun Straßen, die jeweils kreuzungsfrei – notfalls über Brücken – zwei Plätze in beide Richtungen direkt verbinden. Zu jedem Platz führt mindestens eine Straße, aber zwischen zwei Plätzen gibt es höchstens eine Straße. Peter behauptet, dass man in Goldenmodorf von jedem Platz über eine oder mehrere Straßen zu jedem anderen gelangen kann.

- a) Zeigen Sie an zwei geeigneten Beispielen, dass Peter recht haben kann, aber nicht recht haben muss.
- b) Beweisen Sie, dass Peter auf jeden Fall recht hat, wenn es in Goldenmodorf nicht nur neun, sondern zwölf Straßen gibt, die jeweils zwei der sieben Plätze direkt verbinden (unter Beibehaltung der anderen Nebenbedingungen).