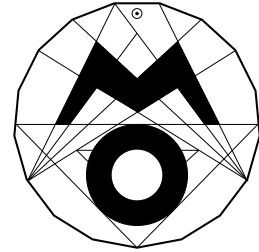


50. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 7
Aufgaben



© 2010 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

500721

Der folgenden Aufgabe liegt eine Problemstellung zugrunde, die Leonardo von Pisa, genannt Fibonacci (1180–1250), in seinem Buch „Liber Abaci“ im Jahre 1202 veröffentlicht hatte.

Zwei Kaufleute, Pekunia und Moneta, reisen geschäftlich von Pisa nach Lucca, von da nach Florenz und dann zurück nach Pisa. In Lucca und in Florenz verdienen beide so viel, dass sich ihr Geld jeweils jedes Mal verdoppelt. Nach der Verdoppelung des Geldes geben beide in jeder dieser beiden Städte jeweils auch 12 Denare aus.

- a) Als Pekunia heimgekehrt war, hatte er kein Geld mehr.
Berechne, wie viele Denare Pekunia nach Lucca mitgenommen hatte.
- b) Moneta kehrte mit doppelt so viel Geld zurück, wie er am Anfang der Reise hatte.
Berechne, wie viele Denare Moneta mitgenommen hatte.

Mache jeweils eine Probe.

500722

In einer Kiste befinden sich genau 100 Kugeln, und zwar 30 rote, 30 blaue, 30 grüne sowie 10 Kugeln, von denen nur bekannt ist, dass sie schwarz oder weiß sind und dass mindestens eine schwarze Kugel dabei ist. Die Kiste ist abgedeckt, so dass man die Farben, auch beim Hineingreifen, nicht sehen kann. Durch Tasten lassen sich verschiedenfarbige Kugeln in der Kiste nicht voneinander unterscheiden.

- a) Untersuche, wie viele Kugeln man mindestens herausnehmen muss, um sicher zu sein, dass unter ihnen mindestens 7 grüne Kugeln sind.
- b) Untersuche, wie viele Kugeln man mindestens herausnehmen muss, um sicher zu sein, dass unter ihnen mindestens eine Kugel schwarz ist.
- c) Untersuche, wie viele Kugeln man mindestens herausnehmen muss, um sicher zu sein, dass unter ihnen mindestens 12 Kugeln von gleicher Farbe sind.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

500723

Von einer ganzen Zahl z wird gefordert:

- (1) Die Zahl z ist größer als 999 und kleiner als 10 000.
- (2) Die Quersumme von z ist kleiner als 6.
- (3) Die Quersumme von z ist Teiler von z .

Ermittle die Anzahl aller Zahlen z mit diesen Eigenschaften.

500724

Über ein Dreieck ABC und zwei Punkte D und E wird vorausgesetzt:

- (1) Der Innenwinkel ACB ist ein rechter Winkel.
- (2) Die Größe des Winkels BAC beträgt 60° .
- (3) Die Winkelhalbierende des Innenwinkels BAC schneidet die Gerade BC im Punkt D .
- (4) Die Winkelhalbierende des Winkels ADB schneidet die Gerade AB im Punkt E .
- (5) Die Strecke \overline{AB} ist doppelt so lang wie die Strecke \overline{AC} .

- a) Beweise, dass das Dreieck ABD gleichschenkelig ist.
- b) Beweise, dass das Dreieck AEC gleichseitig ist.