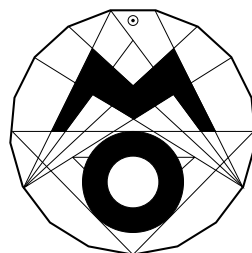


**50. Mathematik-Olympiade**  
**1. Stufe (Schulstufe)**  
**Klasse 6**  
**Aufgaben**



© 2010 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

500611

Maria und Rebecca kramen auf dem Dachboden beim Opa in alten Kisten. Opa war Mathematiklehrer und hat sich gerne Kryptogramme ausgedacht. Sie finden vier Stück und wollen sie nun lösen. Beim Knobeln stellen sie fest, dass das gar nicht so einfach geht, denn es sind Kryptogramme dabei, die mehrere Lösungen haben.

$$\begin{array}{r} A B B \\ + B B A \\ \hline C A B C \end{array}$$

Kryptogramm (1)

$$\begin{array}{r} A B \\ + A C \\ \hline D C B \end{array}$$

Kryptogramm (2)

$$\begin{array}{r} A B C \\ + D E F \\ \hline G H I \end{array}$$

Kryptogramm (3)

$$\begin{array}{r} A B C \\ - F A C \\ \hline B A G \end{array}$$

Kryptogramm (4)

In einem Kryptogramm werden gleiche Buchstaben durch gleiche Ziffern ersetzt und verschiedene Buchstaben durch verschiedene Ziffern. Der erste Buchstabe jeder Zahl darf keine 0 sein.

- a) Finde eine Lösung des Kryptogramms (1).
- b) Finde alle Lösungen des Kryptogramms (2).
- c) Finde eine Lösung des Kryptogramms (3).
- d) Finde drei verschiedene Lösungen des Kryptogramms (4). In jeder der drei Lösungen soll der Buchstabe  $A$  durch eine andere Ziffer ersetzt werden.

500612

Jede natürliche Zahl hat eine eindeutige Zerlegung in Primfaktoren (PFZ). Zum Beispiel ist  $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$  oder  $1230 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 41$ . Wir nennen in dieser Aufgabe die Anzahl der Primfaktoren einer Zahl ihre Primlänge. Die beiden Zahlen 36 und 1230 haben also beide die Primlänge 4.

- a) Welche Primlänge können zweistellige Zahlen höchstens haben?
- b) Gib alle zweistelligen Zahlen an, die diese größtmögliche Primlänge aufweisen.
- c) Gib alle zweistelligen Zahlen mit der Primlänge 5 an.
- d) Finde die größte Primlänge für dreistellige Zahlen.
- e) Gib alle dreistelligen Zahlen an, die diese größte Primlänge aufweisen.

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

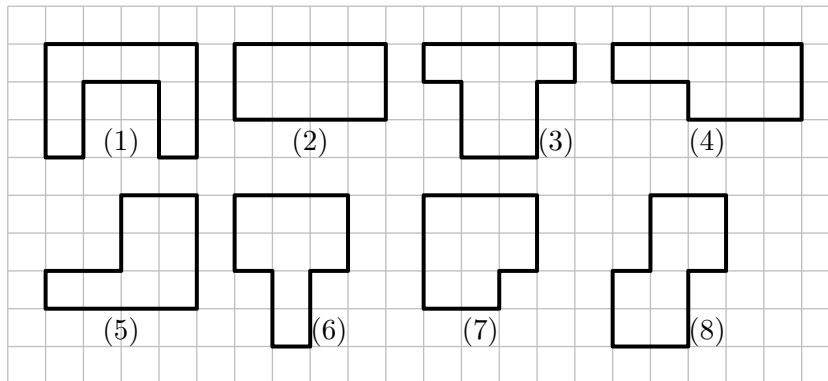
### 500613

Die drei Freunde Michi, Niki und Omar aus Hamburg kommen zum Abschluss ihrer Schulzeit auf eine ausgefallene Idee. Sie wollen einen Ausflug zur 150 km entfernten Floßburg machen. Das Ausgefallene an ihrem Plan ist, dass sie nur einen Motorroller für zwei Personen zur Verfügung haben. Natürlich können sie auch zu Fuß gehen; ein Fußgänger schafft 5 km in der Stunde. Sie sprechen mehrere Möglichkeiten durch, um ihr Vorhaben umzusetzen.

- Omar sagt: „Keiner von uns soll laufen. Und wir lassen den Roller ganz gemütlich mit 60 km/h fahren.“ Wie können sie es machen und wie lange dauert es dann, bis alle drei an der Floßburg sind?
- Das dauert Niki zu lange. Er erklärt sich bereit, zur selben Zeit, in der seine beiden Freunde mit dem Roller zur Floßburg starten, in Hamburg loszulaufen. Er will vier Stunden gehen und dann warten, bis ihn einer seiner Freunde abholt. Er möchte aber auch, dass der Roller solange mit 70 km/h gefahren wird, bis er abgeholt wird; danach soll der Roller mit 65 km/h fahren.  
Wie lange wäre dann die Wartezeit für Niki, und wie lange dauert es, bis alle an der Floßburg sind?
- Michi sagt: „Der Roller kann auch 75 km/h fahren. Ich laufe in Hamburg los, ihr fahrt zur Floßburg, dann soll einer sofort umdrehen und mich unterwegs aufnehmen.“  
Wie weit muss Michi nach seiner Idee laufen? Wie lange dauert es, bis alle drei Freunde auf diese Weise zur Floßburg kommen? (Vor einer genauen Lösung ist eine Schätzung sinnvoll.)

### 500614

In einem Puzzle gibt es acht verschiedene, rechtwinklige, flächengleiche Formen, die jeweils 8 Kästchen umfassen. Von jeder Form sind ausreichend viele Teile vorhanden, die auch gedreht und umgeklappt verwendet werden dürfen.



- Wähle drei verschiedene Teile aus den 8 Puzzle-Formen aus und lege daraus ein Rechteck. Finde zwei Möglichkeiten, in denen alle drei Puzzle-Formen unterschiedlich sind.
- Wie viele dieser Rechtecke aus a) benötigst du, um daraus das kleinstmögliche Quadrat zu legen? Wie groß ist die Seitenlänge dieses Quadrates?
- Lege ein Quadrat ( $12 \times 12$  Kästchen) mit nur zwei verschiedenen Puzzle-Formen aus; sie müssen nicht in der gleichen Anzahl vorkommen.  
Gib zwei Möglichkeiten an, in denen nicht die beiden gleichen Puzzle-Formen verwendet werden.
- Wähle fünf verschiedene Formen aus und lege aus diesen fünf Teilen ein Rechteck.
- Wenn du Zeit und Lust hast:* Lege aus acht verschiedenen Puzzle-Teilen ein Quadrat.