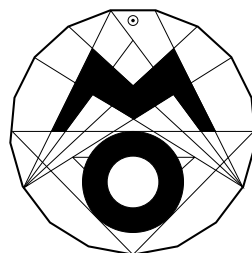


**49. Mathematik-Olympiade**  
**3. Stufe (Landesrunde)**  
**Klasse 12–13**  
**Aufgaben – 2. Tag**



© 2010 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

491334

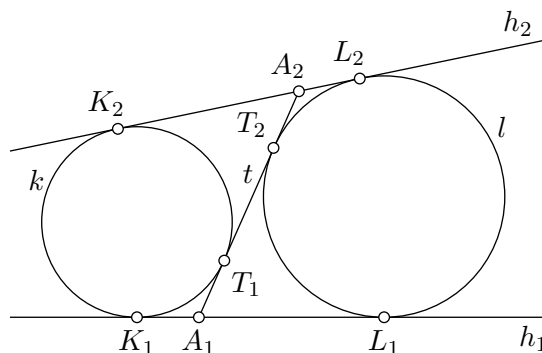
Man bestimme alle positiven reellen Zahlen  $a, b$ , die die Gleichung

$$\frac{2a + 3b + 4}{1 + \sqrt{a}} = 4\sqrt{b}$$

erfüllen.

491335

Es seien  $h_1$  und  $h_2$  die beiden äußeren gemeinsamen Tangenten der außerhalb voneinander gelegenen Kreise  $k$  und  $l$ . Die vier dabei auftretenden Berührungspunkte seien wie in nebenstehender Figur mit  $K_1, L_1, K_2$  und  $L_2$  bezeichnet. Die Gerade  $t$  sei eine innere gemeinsame Tangente von  $k$  und  $l$ . Den ersteren dieser Kreise berühre sie in  $T_1$ , den letzteren in  $T_2$ . Außerdem treffe sie  $h_1$  und  $h_2$  in  $A_1$  bzw.  $A_2$ , wobei  $A_1, T_1, T_2, A_2$  in dieser Reihenfolge auf  $t$  liegen sollen.



Man beweise, dass  $|A_1T_1| = |A_2T_2|$  gilt.

491336

Xaver und Yvonne spielen mit Kastanien. Dazu füllen sie drei Schalen mit Kastanien. Deren Anzahlen seien  $n_1, n_2$  und  $n_3$ . Beide Spieler wechseln sich in den Zügen ab. Xaver beginnt.

Derjenige Spieler, der am Zug ist, leert eine beliebige Schale und füllt die geleerte Schale wieder mit einer beliebigen Zahl von Kastanien, die er einer der beiden anderen Schalen entnimmt. Dabei darf keine Schale leer bleiben. Wer keinen Zug mehr ausführen kann, hat verloren, und das Spiel ist beendet.

Man untersuche, ob Xaver oder ob Yvonne die Möglichkeit hat, den Sieg zu erzwingen. Man gebe eine Spielweise an, mit der dies möglich ist.