

49. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 10
Aufgaben – 1. Tag



© 2010 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

491031

Berechnen Sie die letzten drei Ziffern der Zahl 7^{2010} .

491032

Auf einer Zugstrecke liegen die Bahnhöfe A , B , C , D und E in dieser Reihenfolge. Zeitgleich fahren in C eine Regionalbahn mit 25 km/h nach A und ein Regionalexpress mit 40 km/h nach E los. Als die Regionalbahn in B ist, fahren von dort ein ICE mit 100 km/h nach E und ein Güterzug nach C ab. Als der Regionalexpress in D ist, fahren von dort ein IC mit 62,5 km/h nach A und ein Güterzug nach C ab. Alle Züge erreichen gleichzeitig ihr Ziel.

- a) Zeigen Sie, dass sich der ICE und der IC in C begegnen.
- b) Zeigen Sie, dass die beiden Güterzüge gleich schnell sind.

Hinweis: Der Einfachheit halber wird für diese Aufgabe angenommen, dass die Züge auf den jeweiligen Strecken mit konstanter Geschwindigkeit fahren.

491033

Gegeben sei ein regelmäßiges Oktaeder der Kantenlänge 1 sowie ein Tetraeder, dessen Ecken sämtlich auf der Oberfläche dieses Oktaeders liegen.

Zeigen Sie, dass die Oberfläche dieses Tetraeders nicht größer als 2 ist.