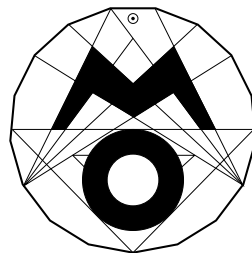


48. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 11
Aufgaben – 2. Tag



© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

481134

Man beweise, dass für alle positiven reellen Zahlen a und b mit $ab \leq 1$ die Ungleichung

$$\frac{a}{b} + \frac{1}{a} \geq a + 1 \quad (1)$$

gilt.

481135

Gegeben seien ein Dreieck ABC und ein innerer Punkt P der Seite \overline{AB} . Eine Gerade durch P zerlege das Dreieck in zwei flächengleiche Teile. Der zweite Schnittpunkt der Geraden mit einer Dreiecksseite sei Q . Man beweise: Die Parallele zu \overline{PC} durch Q halbiert \overline{AB} .

481136

Wolfgang denkt sich eine gewisse positive ganze Zahl n , berechnet die Potenzen 2^n und 5^n und stellt fest, dass sie im Dezimalsystem geschrieben mit derselben Ziffer beginnen. Man beweise, dass diese gemeinsame Ziffer 3 lauten muss.