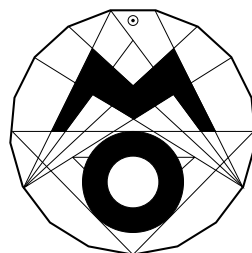


48. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 9
Aufgaben – 1. Tag



© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

480931

Zwei verschiedene Geraden schneiden das Innere eines regelmäßigen Fünfecks und zerteilen es dadurch in Vielecke. Es bezeichne S die Summe der Beträge der Innenwinkel aller dieser Vielecke.

Finden Sie alle Werte von S , die dabei auftreten können.

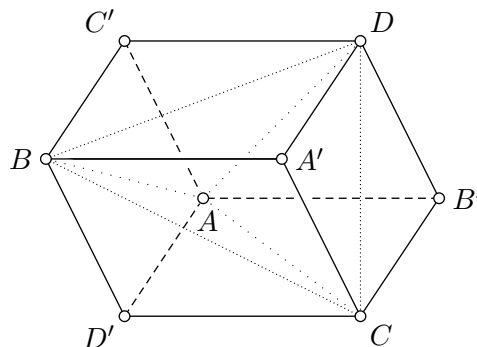
480932

- a) Es sei p eine beliebige Primzahl mit der Eigenschaft $p > 3$.
 Beweisen Sie, dass es eine natürliche Zahl n so gibt, dass $p^2 = 24n + 1$ gilt.
- b) Es seien p und n positive ganze Zahlen, für die $p^2 = 24n + 1$ gilt.
 Untersuchen Sie, ob p dann notwendigerweise eine Primzahl sein muss.

480933

Ein Parallelepiped mit den Ecken A, B, C, D, A', B', C' und D' , in dem die Strecken $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$ und $\overline{DD'}$ Raumdiagonalen und die Kanten des Tetraeders $ABCD$ Flächendiagonalen sind (siehe Bild), soll konstruiert werden.

Geben Sie eine Beschreibung an, wie die Seitenfläche $AD'CB'$ konstruiert werden kann, wenn die Kantenlängen des Tetraeders $ABCD$ gegeben sind, und beweisen Sie, dass die von Ihnen angegebene Konstruktionsvorschrift das gewünschte Ergebnis liefert.



Hinweise: Ein Parallelepiped (Spat) ist ein durch drei Paare paralleler Ebenen begrenzter Körper. Unter Konstruktion versteht man „Konstruktion mit Zirkel und Lineal“.