

48. Mathematik-Olympiade  
3. Stufe (Landesrunde)  
Klasse 8  
Aufgaben – 1. Tag



© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

480831

Ein Mathefloh hüpfte auf der Zahlengeraden herum. Er springt von einer beliebigen rationalen Zahl  $a$  los, für die  $a \neq 0$  und  $a \neq 1$  gilt. Dabei darf er aber nur auf solchen rationalen Zahlen  $b$  landen, für die  $b \neq 0$  und  $b \neq 1$  gilt und welche die Sprungbedingung  $a + \frac{1}{b} = 1$  erfüllen.

Weise nach: Der Floh kehrt stets nach gleich vielen Sprüngen erstmals zu seinem Ausgangspunkt zurück.

480832

Ein Gummiband ist vier Meter lang. Eine Ameise sitzt am linken Ende des Bandes und bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit von einem Meter pro Minute nach rechts. Nach jeder vollen Minute wird das am linken Ende befestigte Band um einen Meter (gleichmäßig) gedehnt.

In der wievielten Minute erreicht die Ameise das rechte Ende des Bandes?

*Hinweis:* Die Ameise wird als punktförmig betrachtet.

480833

Das Dreieck  $\triangle ABC$  sei spitzwinklig und nicht gleichschenkelig. Der Umkreis des Dreiecks werde mit  $k$  bezeichnet. Der Höhenschnittpunkt heiße  $H$ , der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten heiße  $M$ . Der von  $C$  verschiedene Schnittpunkt der Geraden durch  $C$  und  $H$  mit dem Kreis  $k$  werde mit  $F$  bezeichnet. Der von  $C$  verschiedene Schnittpunkt der Geraden durch  $C$  und  $M$  mit dem Kreis  $k$  werde mit  $G$  bezeichnet.

- Beweise: Das Viereck  $AGBH$  ist ein Parallelogramm.
- Beweise: Wenn der Winkel  $\sphericalangle BAC$  kleiner als der Winkel  $\sphericalangle CBA$  ist, dann ist das Viereck  $AGFB$  ein gleichschenkliges Trapez.