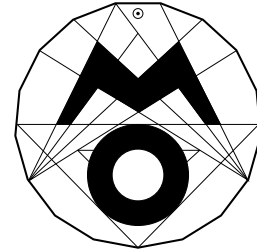


48. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 6
Aufgaben – 2. Tag

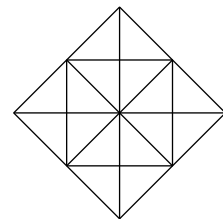


© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

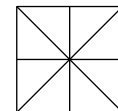
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

480634

In der nebenstehenden Quadratfigur sind *Dreiecke* und *Quadrate* verschiedener Größe enthalten. (Offensichtlich bildet der Rand der Figur ebenfalls ein Quadrat.)



- a) Zeichne auf kariertem Papier jeweils von jeder Art und Größe ein Beispiel farbig und gib an, wie viele es jeweils davon gibt.
- b) Wir betrachten die nebenstehende Figur als Quadratfigur der Stufe 1 und die Figur aus Aufgabe a) als Quadratfigur der Stufe 2 einer Reihe von Quadratfiguren.
 - Zeichne die Quadratfiguren der Stufen 3 und 4.
 - In Teil a) sind die Anzahlen der Quadrate der verschiedenen Größen in der Quadratfigur der Stufe 2 bestimmt worden. Gib für die Quadratfiguren der Stufen 1, 3 und 4 ebenfalls die Anzahlen der Quadrate der verschiedenen Größen an.



480635

Ein Rasensprenger (zur Bewässerung des Sportplatzes) wird aus einem Wassertank betrieben. Der Tank hat ein Volumen von 360 Litern. Der Rasensprenger versprüht 6 Liter Wasser pro Minute.

- a) Wie lange kann der Rasensprenger arbeiten, bis der Tank leer ist?
- b) 20 Minuten nachdem der Rasensprenger seinen Betrieb aufgenommen hat, wird an den Tank ein Schlauch angeschlossen, der pro Minute 10 Liter Wasser in den Tank fließen lässt.
Weise nach, dass der Tank 50 Minuten nach dem Beginn des Sprengens wieder ganz gefüllt ist.
- c) Nun – also 50 Minuten nach dem Beginn des Sprengens – wird ein zweiter Rasensprenger an den Tank angeschlossen, der aber 8 Liter pro Minute versprüht. Der Schlauch liefert weiterhin 10 Liter pro Minute in den Tank.
 - Bestimme den Zeitpunkt, zu dem der Tank ganz leer ist.
 - Ermittle die gesamte versprühte Wassermenge.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

Wenn man einen Käfer (oder einen Roboter oder einen Zeichenstift) auf einem quadratischen Gitter bewegen will, so kann man dies durch eine Folge von drei Grundkommandos machen:

- G – Gehe von einem Gitterpunkt eine Kästchenlänge und ändere am nächsten Gitterpunkt deine Richtung nicht.
- L – Gehe eine Kästchenlänge und wende dich am nächsten Gitterpunkt nach links.
- R – Gehe eine Kästchenlänge und wende dich am nächsten Gitterpunkt nach rechts.

Grundsätzlich soll am Anfang der Käfer mit „dem Gesicht nach rechts“ stehen, also auf einer waagerechten Gitterlinie nach rechts gehen. Wir geben zwei Folgen von Kommandos vor:

- (1) LRRG
 - (2) LRRGLLRG
- a) Zeichne auf kariertem Papier für beide Folgen jeweils die Figur, die entsteht, wenn die Kommandofolge viermal hintereinander durchgeführt wird. Ermittle für beide Figuren den Umfang (gemessen in Kästchenlängen) und den Inhalt (gemessen in Kästchen).
- b) Jetzt wird bei der Kommandofolge (1) *jeder Weg über eine Kästchenlänge* durch einen Weg ersetzt, der durch die Kommandofolge (3) LRRGLLRG erzeugt wird und bei dem die Weg-Einheit nur eine Viertel Kästchenlänge lang ist. Wiederum: Wie viele Kästchen umschließt der Weg (nach viermaliger Durchführung der so veränderten Folge)? Wie viele Kästchenlängen ist der Weg lang?
- c) Beweise: Wenn sich in einer Kommandofolge die Zahl der R und der L um genau 1 unterscheidet, dann entsteht bei viermaliger Durchführung ein geschlossener Weg, der bei weiteren Durchführungen immer wiederholt wird.