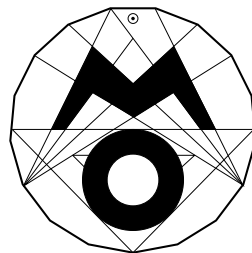


47. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 8
Aufgaben – 1. Tag



© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

470841

Scheich Olim hat verfügt, dass nach seinem Tod das gesamte Vermögen auf seine vier Söhne Alim, Elim, Ilim und Ulim aufgeteilt werden soll. Die Aufteilung wird dabei auf folgende Weise geregelt:

- (1) Alim erhält genau so viel, wie Elim mehr als Ilim bekommt.
 - (2) Alim und Ulim bekommen zusammen so viel, wie Elim und Ilim zusammen.
 - (3) Ulim erhält weniger als Alim und Ilim zusammen.
 - (4) Keiner der vier Söhne geht leer aus und keine zwei dieser Söhne erhalten gleich viel.
- a) Untersuche, ob sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, welcher Sohn den größten und welcher den kleinsten Anteil des Vermögens bekommt.
- b) Untersuche, ob sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, welcher der anderen beiden Söhne den größeren Anteil erhält.

470842

Es sei $ABCD$ ein konvexes Viereck, dessen Diagonalen \overline{AC} und \overline{BD} einander in einem Punkt S schneiden. Es sei E derjenige Punkt, der auf derselben Seite der Geraden AB liegt wie die Punkte C und D und für den ABE ein gleichseitiges Dreieck ist. Ferner gelte:

- (1) Die Größe des Winkels CBD beträgt 10° .
 - (2) Die Größe des Winkels CAD beträgt 20° .
 - (3) Die Größe des Winkels DBA beträgt 40° .
 - (4) Die Größe des Winkels BAC beträgt 50° .
- a) Berechne die Größe des Winkels AEC .
- b) Berechne die Größen der Innenwinkel des Vierecks $ABCD$.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

470843

Auf zwei Parallelen a und b seien m bzw. n Punkte markiert. Wir betrachten alle möglichen Verbindungsstrecken von markierten Punkten auf a zu markierten Punkten auf b sowie die Schnittpunkte solcher Verbindungsstrecken, die im Inneren des von a und b begrenzten Streifens liegen.

Ermittle die maximale Anzahl $s(m; n)$ aller dieser Schnittpunkte in Abhängigkeit von m und n und berechne $s(51; 101)$.