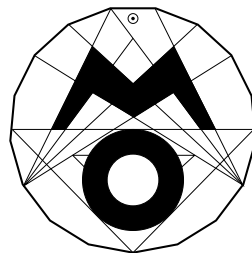


47. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 9
Aufgaben – 1. Tag



© 2008 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

470931

Beweisen Sie, dass es unendlich viele positive ganze Zahlen a gibt, für welche die Zahl $a + 0,25$ das Quadrat einer rationalen Zahl ist.

470932

Frau Müller kauft in einem Geschäft vier Artikel, von denen keine zwei den gleichen Preis haben. Einer der Artikel kostet 1,00 €. Ein anderer Artikel kostet doppelt so viel wie der billigste der vier Artikel.

Bei der Berechnung des Gesamtpreises benutzt der Verkäufer versehentlich die Multiplikationstaste statt der Additionstaste und erhält 6,75 € auf der Anzeige. Frau Müller protestiert nicht, denn sie hat die Preise im Kopf addiert und kommt dabei auf dasselbe Ergebnis.

Wie teuer waren die einzelnen Artikel?

470933

Gegeben sind ein Dreieck ABC sowie eine Parallele g zur Seite \overline{AB} , welche die Seiten \overline{AC} und \overline{BC} im Inneren in den Punkten G bzw. F schneidet.

Weiter schneide die Parallele zu \overline{AC} durch F die Seite \overline{AB} in E und die Parallele zu \overline{BC} durch G die Seite \overline{AB} in D .

Dabei möge g so gewählt sein, dass D auf der Strecke \overline{AE} liegt.

- a) Wie muss man g wählen, damit die Dreiecke ADG , BFE und CGF flächengleich sind?
- b) Wie muss man g wählen, damit die Fläche des Vierecks $DEFG$ maximal wird?