

47. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulstufe)
Klasse 8
Aufgaben



© 2007 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

470811

Zum Tierbestand eines Gutes gehören Pferde, Rinder, Schafe, Hühner und Gänse, insgesamt 114 Tiere. Von den vierfüßigen Tieren gibt es 8 weniger als vom Geflügel. Es sind 3 Rinder mehr als Pferde, 20 Rinder weniger als Schafe und 13 Hühner weniger als Gänse.

Wie viele Tiere von jeder Art gehören zum Tierbestand des Gutes?

470812

Wie groß sind die Innenwinkel eines gleichschenkligen Dreiecks, bei dem die Winkelhalbierende eines Basiswinkels dieses Dreieck in zwei gleichschenklige Dreiecke zerlegt?

470813

Sophie hat 12 gleiche Bausteine, von denen jeder ein Quader mit den Kantenlängen 2 cm, 3 cm und 4 cm ist. Sie möchte alle diese Bausteine zu einem großen Quader so zusammensetzen, dass immer kongruente Seitenflächen deckungsgleich aneinandergesetzt werden. Sophie stellt fest, dass man mehrere verschieden zusammengesetzte Quader auf diese Weise bauen kann. Gib die Kantenlängen jedes dieser Quader an.

Einige dieser Quader sind zueinander kongruent. Untersuche, für wie viele dieser Quader das zutrifft.

470814

Wir betrachten in allen folgenden Teilaufgaben echte Brüche mit Nennern von 2 bis n , wobei n eine natürliche Zahl größer als 2 sei. Von all diesen Brüchen wird gefordert, dass Zähler und Nenner teilerfremd sind.

- a) Gib alle derartigen Brüche für den Fall an, dass $n = 5$ gilt.
- b) Gib alle derartigen Brüche für den Fall an, dass $n = 7$ gilt, und ordne diese Brüche der Größe nach. Beginne dabei mit dem kleinsten Bruch. Wie viele Brüche enthält diese geordnete Menge?
- c) Wir denken uns die in Teilaufgabe b) ermittelten Brüche auf einem Zahlenstrahl angeordnet. Zeige, dass die Summe aus dem 2. Bruch links von $\frac{1}{2}$ und dem 2. Bruch rechts von $\frac{1}{2}$ sowie die Summe aus dem jeweils 5. Bruch links und rechts von $\frac{1}{2}$ jeweils 1 beträgt. Äußere diesbezügliche Vermutungen, die für alle derartigen geordneten Mengen gelten.
- d) Weise nach, dass der folgende Satz gilt: Wenn ein Bruch $\frac{a}{b}$ zu einer derartigen geordneten Menge gehört, dann trifft dies auch für den Bruch $\frac{b-a}{b}$ zu.