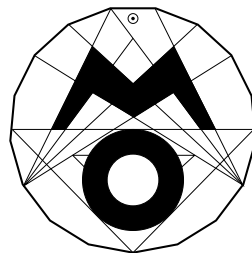


46. Mathematik-Olympiade  
4. Stufe (Bundesrunde)  
Klasse 11  
Aufgaben – 2. Tag



© 2007 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

461144

Die Suche nach dem IMO-Logo geht weiter. Vorgeschlagen wird ein Dreieck, bei dem die Innenwinkel eine arithmetische und die Längen der diesen Winkeln gegenüberliegenden Seiten eine geometrische Folge bilden. Man bestimme alle derartigen Dreiecke.

461145

Man bestimme alle Mengen  $M$  reeller Zahlen mit den Eigenschaften (1) und (2).

- (1) Die Menge  $M$  ist endlich und enthält mindestens zwei Elemente.
- (2) Je zwei Elemente aus  $M$  gehören zu einer arithmetischen Folge dreier Elemente aus  $M$ .

461146

Für zwei gegebene reelle Zahlen  $a$  und  $b$  habe die Gleichung

$$x^4 - ax^3 + 2x^2 - bx + 1 = 0$$

mindestens eine reelle Lösung. Man beweise, dass dann stets gilt

$$a^2 + b^2 \geq 8.$$