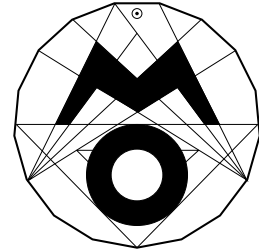


46. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 8
Aufgaben – 1. Tag



© 2007 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

460841

In einer Zeitung war zu lesen:

„In unserer Stadt gab es bei der letzten Volkszählung 10% mehr Jungen als Mädchen und 15% mehr Frauen als Männer. Insgesamt wohnten damals in unserer Stadt weniger als 10 000 Einwohner, und dabei gab 20% mehr Kinder und Jugendliche als Erwachsene.“

Ermittle alle Anzahlen von Frauen, Mädchen, Männern und Jungen, für die diese Angaben gelten.

460842

Die Variablen A, B, C, D, E, F, G, H , die die Eckpunkte eines Würfels (siehe nebenstehende Abbildung) bezeichnen, sollen so durch jeweils eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 belegt werden, dass die Summen der Zahlen, die den vier Eckpunkten einer jeden Würfel­fläche zugeordnet werden, untereinander gleich sind. Jede der genannten Zahlen soll dabei genau einmal verwendet werden.

- Gib eine derartige Belegung an und weise nach, dass sie die gestellten Bedingungen erfüllt.
- Ermittle die Anzahl aller voneinander verschiedenen Belegungen.

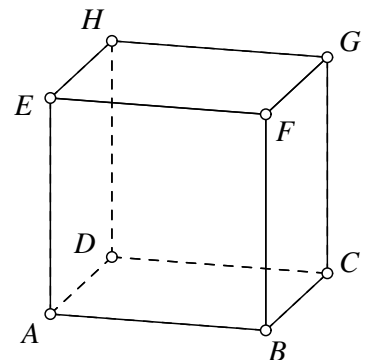


Abbildung A 460842

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

Zu konstruieren sind alle (untereinander nicht kongruenten) Dreiecke ABC , die folgende Bedingungen erfüllen:

- (1) Die Strecke \overline{BC} ist a cm lang.
- (2) Die Strecke \overline{BH}_b ist eine Höhe im Dreieck ABC und h_b cm lang.
- (3) Die Strecke \overline{CH}_c ist eine Höhe im Dreieck ABC und h_c cm lang.

Dabei bezeichnen also H_b und H_c die Fußpunkte der auf AC bzw. AB senkrecht stehenden Höhen. Außerdem gelte $h_b \geq h_c$.

- a) Konstruiere für den Fall $a = 8$, $h_b = 7,5$ und $h_c = 4,5$ alle untereinander nicht kongruenten Dreiecke, die die Bedingungen (1) bis (3) erfüllen, und beschreibe deine Konstruktion.
- b) Beweise: Wenn ein Dreieck ABC die Bedingungen (1) bis (3) mit den in a) genannten Zahlenwerten erfüllt, dann lässt es sich wie beschrieben konstruieren.
- c) Wie viele untereinander nicht kongruente Dreiecke ABC können für beliebig gewählte positive Zahlen a , h_b und h_c entstehen? Gib für jeden dieser möglichen Fälle an, welche Bedingungen a , h_b und h_c mit $h_b \geq h_c$ erfüllen müssen, damit dieser Fall eintritt.