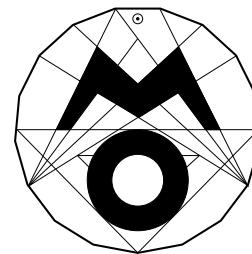


46. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalrunde)
Klasse 11–13
Aufgaben



© 2006 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

461321

Für jede ganze Zahl k mit $k \geq 2$ untersuche man, ob die Summe von k aufeinander folgenden positiven ganzen Zahlen eine Primzahl sein kann.

461322

Im Jahr 2009 wird die Internationale Mathematik-Olympiade in Deutschland stattfinden. Ein Vorschlag für das Logo zeigt ein Sechseck $ABCDEF$, bei dem die gegenüberliegenden Seiten paarweise parallel sind. Außerdem ist die Diagonale \overline{AD} parallel zu \overline{BC} und die Diagonale \overline{BE} parallel zu \overline{CD} , der Schnittpunkt der Diagonalen \overline{AD} und \overline{BE} sei O (vgl. Abbildung A 461322).

Man zeige, dass die Flächeninhalte der Parallelogramme $FAOE$ und $CDOB$ (in der Abbildung A 461322 grau) gleich groß sind.

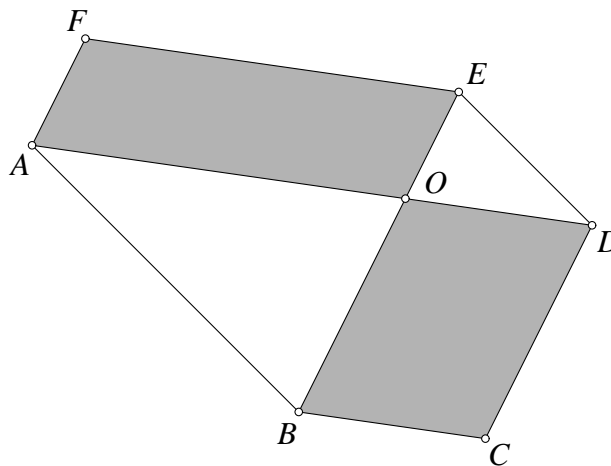


Abbildung A 461322

461323

Man ermittle alle von null verschiedenen ganzen Zahlen a , für die die Gleichung

$$a^3 \cdot x^3 + a^2 \cdot x^2 + a \cdot x + a = 0 \tag{1}$$

ganzahlige Lösungen x besitzt, und gebe diese Lösungen an.

461324

Man untersuche, für welche nichtnegativen ganzen Zahlen n ein Tetraeder existiert, dessen Seitenflächen insgesamt genau n rechte Winkel haben.

Hinweis: Ein Tetraeder ist ein von vier Dreiecken begrenzter Körper.