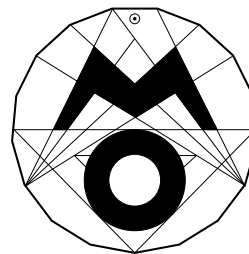


**46. Mathematik-Olympiade**  
**2. Stufe (Regionalrunde)**  
**Klasse 10**  
**Aufgaben**



© 2006 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

*Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

461021

Die Läuferinnen Karla, Lili und Momo sind bekannt dafür, dass sie als Schlussläuferinnen ihrer ( $3 \times 1000$  m)-Staffeln mit der Gleichmäßigkeit eines Uhrwerks ihre Runden drehen. Beim letzten Staffelfrennen gewann Momo auf jeweils 50 m ihrer Laufstrecke 5 m gegen Lili und hatte im Ziel 20 m Vorsprung vor dieser. Karla holte auf jeweils 200 m ihrer Laufstrecke 15 m zu Lili auf, doch rettete diese einen knappen Vorsprung von 1 m vor Karla ins Ziel.

Welche Läuferin ging als letzte auf ihre 1000-m-Strecke und wie groß waren zu diesem Zeitpunkt ihre Rückstände auf die beiden Konkurrentinnen?

461022

Finden Sie die kleinste Anzahl  $m$ , für die gilt:

Wenn  $m$  Zahlen aus der Menge  $G = \{1; 2; 3; \dots; 2006\}$  ausgewählt werden, dann ist darunter garantiert mindestens eine Zahl  $n$  zusammen mit der doppelt so großen Zahl  $2 \cdot n$ .

461023

Es sei  $ABC$  ein Dreieck mit rechtem Innenwinkel bei  $C$ . Der Fußpunkt der von  $C$  ausgehenden Höhe sei  $H$ . Die Winkelhalbierenden der Winkel  $\sphericalangle ACH$  und  $\sphericalangle HCB$  schneiden die Seite  $\overline{AB}$  in den Punkten  $P$  bzw.  $Q$ .

Man zeige, dass der Umkreismittelpunkt des Dreiecks  $PQC$  der Inkreismittelpunkt des Dreiecks  $ABC$  ist.

461024

Bestimmen Sie alle Folgen  $F = (n_0, n_1, \dots, n_7)$  von acht ganzen Zahlen mit folgender Eigenschaft: Für  $i = 0, \dots, 7$  gibt die Zahl  $n_i$  die Häufigkeit des Vorkommens der Zahl  $i$  in der Folge  $(n_0, n_1, \dots, n_7)$  an (so gibt beispielsweise  $n_3$  an, wie viele der Zahlen aus der Folge  $(n_0, n_1, \dots, n_7)$  gleich 3 sind).