46. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulstufe)
Klasse 6
Aufgaben

<u>Hinweis:</u> *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen bzw. Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.*

<u>460611</u>

Eine Ameise läuft auf Gitterlinien von A nach B. Von einem Gitterpunkt zum nächsten ist es immer ein Meter.

Bestimme, wie weit die Ameise mindestens laufen muss, und wie viele verschiedene Wege mit dieser kürzesten Länge sie zur Verfügung hat.

a) Sie läuft auf dem Quadrat in Abbildung A 460611 a.

b) Sie läuft auf dem Rechteck in Abbildung A 460611 b.

c) Sie läuft auf dem Würfel in Abbildung A 460611 c.

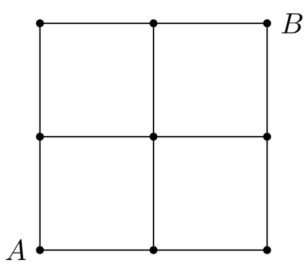

Abbildung A 460611 a

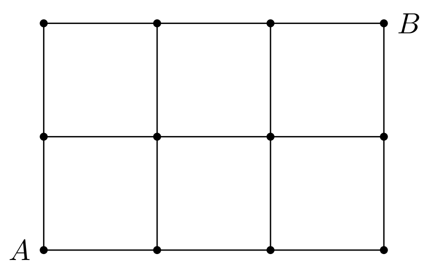

Abbildung A 460611 b

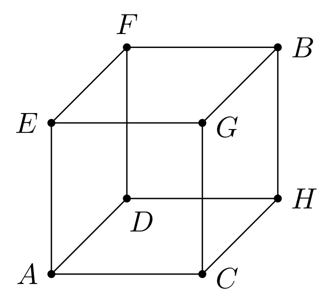

Abbildung A 460611 c

<u>460612</u>

Gegeben sind die vier aufeinander folgenden Zahlen 554, 555, 556 und 557.

a) Bilde die Summe dieser vier Zahlen (und nenne diese Zahl S_1)!
Bilde alle möglichen Summen aus zwei dieser Zahlen und addiere diese Summen. (Diese Gesamtsumme soll S_2 heißen.)

b) Zufall oder nicht? Überprüfe den Zusammenhang zwischen S_1 und S_2.
Wähle dir vier andere, aufeinander folgende Zahlen, bilde wieder die Summen S_1 und S_2. Zeigt sich derselbe Zusammenhang?

c) Was ändert sich, wenn nicht mehr gefordert wird, dass die vier Zahlen aufeinander folgen, sondern nur noch, dass sie jeweils den gleichen Abstand haben (wie z. B. 1002, 1007, 1012 und 1017)?

d) Versuche, deine Beobachtungen zu begründen!

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

460613

Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck ABC, wie in der nebenstehender Abbildung zu sehen ist. Dieses wird jeweils viermal in Uhrzeigerrichtung um 90° um einen vorgegebenen Punkt gedreht. Die neu entstandenen Punkte werden entgegen dem Uhrzeigersinn fortlaufend bezeichnet.

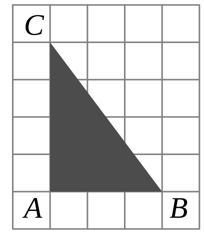

Abbildung A 460613

Zuerst wird das Dreieck ABC nach der oben genannten Vorschrift um B gedreht, das neue Dreieck heißt dann BDE. Dieses Dreieck BDE wird nun entsprechend um D gedreht, das neu entstandene Dreieck heißt DFG. Das Dreieck DFG wird um G gedreht. Das neue entstandene Dreieck heißt CHG, weil ein Eckpunkt dieses Dreiecks auf den Punkt C des ersten Dreiecks abgebildet wird.

a) Führe diese Konstruktion für das vorgegebene Dreieck aus.

b) Es entsteht ein Streckenzug $ABEDFGHCA$. Wie lang ist dieser Streckenzug?

c) Wie groß ist der Flächeninhalt der vom Streckenzug eingeschlossenen Fläche? Gib ihn in Einheitsquadraten an!

d) Vergleiche den Flächeninhalt der umrandeten Figur mit dem Flächeninhalt des gegebenen Dreiecks ABC!

460614

Ein Käfer sitzt auf kariertem Papier. Die Linien des karierten Papiers bilden ein Gitter An einem Gitterpunkt fängt er an, auf den Linien zu laufen. Wenn er seine Laufrichtung ändert, biegt er immer links ab.

Ganz am Anfang läuft er zunächst eine Karolänge (KL) nach links. Dann biegt er ab und läuft wieder eine KL. Dann biegt er ab und läuft 2 KL, biegt wieder ab und läuft wieder 2 KL. Dann biegt er wieder ab und läuft 3 KL, biegt wieder ab und läuft wieder 3 KL – und so weiter. Außerdem zählt er immer mit, wie viele KL er seit seinem Start zurückgelegt hat.

a) Als er 100 KL zurückgelegt hat, stoppt er erstmals wegen Müdigkeit. Zeichne seinen Weg bis zu diesem Stopp. Wie häufig ist er bisher abgebogen?

b) Der Käfer überlegt sich, wie viele KL er laufen müsste, um schnellstmöglich über das Gitter zu seinem Ausgangspunkt zurückzukehren. Welchen Wert erhält er?

c) Der Käfer entscheidet sich, seine ursprüngliche Gangart fortzusetzen. Nach weiteren 100 KL muss er wieder wegen Erschöpfung eine Pause machen. Er stellt aber fest, dass er sich noch nicht an einem Abbiegepunkt befindet. Wie weit muss er bis zum nächsten Abbiegepunkt noch laufen?

d) Der Käfer befindet sich bei seinem Marsch wieder einmal an einem Abbiegepunkt. Inzwischen ist er etwas vergesslich geworden: Er weiß nur noch, wie viele KL er seit dem letzten Abbiegepunkt gelaufen ist. Kann er daraus eindeutig bestimmen, wie weit es auf dem kürzesten Weg zum Ausgangspunkt ist?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

460615

Im Lande Senturien gibt es nur Münzen zu 5 Sent und zu 7 Sent.

Offensichtlich ist der kleinste Preis überhaupt, den man bezahlen kann, ohne Rückgeld zu erhalten, 5 Sent, dann kommen 7 Sent und dann 10 Sent. Wir bleiben bei dieser Aufgabe bei der Situation, dass man beim Bezahlen keine Münzen zurückerhält.

a) Man kann in Senturien keine Preise von 6 Sent oder von 8 Sent oder 9 Sent bezahlen. Gib für alle Preise bis 36 Sent an, ob man sie bezahlen kann oder nicht.

b) Gibt es höhere Preise als 36 Sent, die man nicht bezahlen kann? Begründe deine Antwort.

c) Welches ist der kleinste Preis, den man auf zwei Arten (also mit zwei verschiedenen Kombinationen von Münzen) mit diesen Münzen bezahlen kann?

d) Benachbart zu Senturien ist *dein* Phantasieland. Hier soll es auch nur zwei Münzarten geben, die zusammen 15 Sent wert sind (aber sinnvoller Weise sollen keine 1-Sent-Münzen dabei sein). Wähle zwei solcher Münzarten aus und beantworte die Fragen a), b) und c) mit diesen neuen Werten.
Zu welchen Vermutungen kommst du?