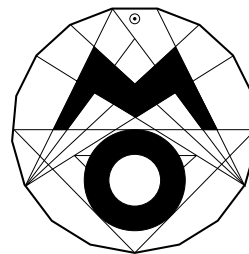


45. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 9
Aufgaben – 1. Tag



© 2006 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*
 www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

450941

Wie viele ganze Zahlen n mit $\frac{2^{2005}}{45} < n \leq 2^{2005}$ gibt es, welche sich in der Form $2^a \cdot 45^b$ mit ganzen Zahlen a, b darstellen lassen?

450942

Man finde alle Paare $(p; q)$ von Primzahlen, für die es positive ganze Zahlen x und y gibt, so dass

$$\begin{aligned} p &= x^2 - y \\ q &= y^2 + 3x - 7 \end{aligned}$$

gilt.

450943

Im einem spitzwinkligen Dreieck ABC sei H der Fußpunkt des von C auf AB gefällten Lotes. Ferner seien P und Q die Fußpunkte der von H auf AC bzw. BC gefällten Lote.

Es gelte außerdem: Die Umkreise der Dreiecke AHP und HBQ schneiden die Strecke \overline{PQ} in von P und Q verschiedenen Punkten S bzw. T (siehe Abbildung).

Man zeige, dass der Umkreis des Dreiecks HTS die Gerade AB berührt.

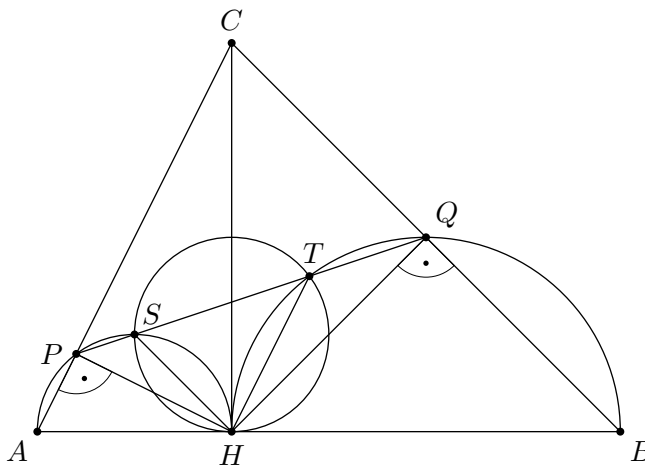


Abbildung A 450943