



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

**45. Mathematik-Olympiade**

**3. Stufe (Landesrunde)**

**Klasse 11**

**Aufgaben**

**1. Tag**

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

451131

Man ermittle alle Paare  $(x; y)$  reeller Zahlen  $x$  und  $y$ , die das Gleichungssystem

$$x^4 + y^4 = 82 \tag{1}$$

$$x + y = 2 \tag{2}$$

erfüllen.

451132

Man untersuche jeweils, ob es keine, endlich viele oder unendlich viele Quadratzahlen gibt, für die die Summe der Ziffern in ihrer Dezimaldarstellung

a) gleich 2006,

b) gleich 451132

ist.

451133

In einem Tetraeder  $QRST$  seien  $A$  der Mittelpunkt der Kante  $\overline{QR}$ ,  $B$  der Mittelpunkt der Kante  $\overline{ST}$ ,  $C$  der Mittelpunkt der Kante  $\overline{QS}$ ,  $D$  der Mittelpunkt der Kante  $\overline{RT}$ ,  $E$  der Mittelpunkt der Kante  $\overline{QT}$  und  $F$  der Mittelpunkt der Kante  $\overline{RS}$ . Man zeige, dass es einen Punkt gibt, in dem sich die drei Strecken  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$  und  $\overline{EF}$  schneiden.

*Hinweis:* Ein Tetraeder ist ein Körper, der von genau vier Dreiecken begrenzt wird.