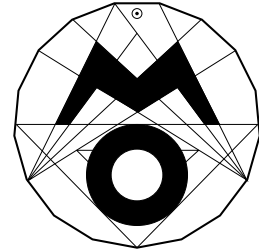


**45. Mathematik-Olympiade**  
**1. Stufe (Schulstufe)**  
**Klasse 7**  
**Aufgaben**



© 2005 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.*  
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

450711

Drei Freunde Hans, Karl und Peter fahren mit dem Rad von Lüneburg nach Winsen/Luhe, um dort an der Kletterwand zu klettern.

Hans fährt dabei in je 10 Minuten zwei Kilometer. Karl benötigt für je 2,5 Kilometer 10 Minuten, während Peter in je 10 Minuten 3 Kilometer zurücklegt und Winsen nach genau 100 Minuten erreicht.

Wie viele Minuten nach Peter treffen Hans und Karl in Winsen ein, wenn alle drei zur gleichen Zeit in Lüneburg abgefahren sind?

450712

Löse die folgende Aufgabe, die aus einem alten Rechenbuch stammt:

„Eine Griechin ging in den Tempel Jupiters und bat, er möge ihre Barschaft verdoppeln. Er tat es und sie opferte zum Dank drei Drachmen. Dann ging sie in den Tempel Apollos und brachte die gleiche Bitte vor. Weil sie Erhörung fand, opferte sie wieder drei Drachmen. Nun besaß sie zweiundeinhalb-mal so viel Geld wie anfangs. Wie viele Drachmen hatte sie anfangs?“

450713

- a) In einem Rechteck ist die eine Seite doppelt so lang wie die andere. Zerlege das Rechteck in 4 gleichschenklige, nicht rechtwinklige Dreiecke.
- b) Ein Quadrat soll in 12 gleichschenklige, nicht rechtwinklige Dreiecke zerschnitten werden. Dabei soll von dem Quadrat nichts übrig bleiben. Wie ist das möglich?
- c) Wie lässt sich das Quadrat aus der Teilaufgabe b) in 10 gleichschenklige, nicht rechtwinklige Dreiecke zerlegen?
- d) Wie lässt sich das Quadrat aus der Teilaufgabe b) in 11 gleichschenklige, nicht rechtwinklige Dreiecke zerlegen?

Als Lösungen sind Zeichnungen anzugeben.

*Auf der nächsten Seite geht es weiter!*

450714

Als der 7-jährige Carl Friedrich Gauß, der später „Fürst der Mathematik“ genannt wurde, auf seiner Schiefertafel die lange Rechnung  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100$  ausführen, d. h. die Summe der ersten 100 natürlichen Zahlen berechnen sollte, schrieb er nach kurzem Nachdenken 5050 als Ergebnis auf. Er hatte die Summanden geschickt zusammengefasst:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100 &= (1 + 100) + (2 + 99) + \dots + (50 + 51) \\ &= 101 + 101 + \dots + 101 \quad (50 \text{ Summanden}) \\ &= 50 \cdot 101 \\ &= 5050. \end{aligned}$$

Dieses Vorgehen führt aber nur dann zum Ziel, wenn die Anzahl der Summanden gerade ist. Beschreibe je ein Verfahren, mit dessen Hilfe sich auch folgende Aufgaben lösen lassen:

- a) Berechne die Summe der natürlichen Zahlen von 5 bis 97!
- b) Berechne die Summe der ungeraden Zahlen von 5 bis 97!
- c) Berechne die Summe  $S_2$  der zweistelligen Zahlen, deren Ziffern alle ungerade sind!
- d) Berechne die Summe  $S_4$  der vierstelligen Zahlen, deren Ziffern alle ungerade sind!

*Zusatzaufgabe:* Gib einen allgemeinen Term  $S_n$  für die Summe der  $n$ -stelligen Zahlen an, deren Ziffern alle ungerade sind!