



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

44. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulstufe)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

440711

Drei gleiche Lastkraftwagen sollen insgesamt 54 t Kies zu drei verschiedenen weit entfernten Baustellen fahren. Jeder LKW beliefert genau eine dieser Baustellen. Für die Belieferung (Hinfahrt, Abladen, Rückfahrt) der ersten Baustelle werden stets 12 Minuten benötigt, für die der zweiten Baustelle stets 20 Minuten und für die der dritten Baustelle jeweils eine halbe Stunde. Je Fahrt kann jeder Lkw 2,7 t transportieren.

Wie viele Tonnen Kies erhält jede Baustelle, wenn alle Lastwagen gleich lang unterwegs sind?

440712

Die Klassen 7a, 7b, 7c und 7d führen ein Tischtennisturnier durch. Der Schulleiter erkundigt sich am Ende nach dem Ausgang des Turniers. Einige Teilnehmer sind noch erschöpft und auch ein bisschen aufgeregt. Sie reden durcheinander. Armin, Beate und Carina meinen, Folgendes festgestellt zu haben:

Armin: Die 7c wurde Zweiter. Die 7d wurde Dritter.

Beate: Die 7c wurde Erster. Die 7b wurde Zweiter.

Carina: Die 7a wurde Erster. Die 7b wurde Vierter.

Manche Antworten widersprechen einander. Doch gibt jeder Turnierteilnehmer genau eine wahre und genau eine falsche Antwort.

- Ermittle die Platzierung der Klasse 7d!
- Kann der Direktor der Schule, der Mathematiklehrer ist, aus den gegebenen Informationen die wirkliche Reihenfolge der vier Klassen erschließen?

440713

An einen Kreis werden die Zahlen von 0, 1, 2, ..., 9 in einer bestimmten Reihenfolge geschrieben.

Ist es möglich, sie so anzuordnen, dass je drei aufeinander folgende Zahlen höchstens den Summenwert a) 15, b) 14 oder c) 13 haben? Die Antwort ist jeweils zu begründen.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

440714

Für eine „klassische“ Konstruktion darf man nur einen Zirkel und ein Lineal (ohne Maßeinteilung) benutzen. Das ist bekannt. Weniger bekannt ist, dass schon in der Antike andere Hilfsmittel benutzt worden sind, etwa ein gleichseitiges Dreieck.

Fertige dir (z. B. aus Pappe) ein derartiges Dreieck mit der Seitenlänge 5 cm an! Wie du dich selbst überzeugen kannst, beträgt die Länge h der Höhe dieses Dreiecks näherungsweise 4,3 cm. Mit diesem Dreieck seien nur die folgenden Operationen erlaubt:

- (1) Man darf (durch „Umfahren“ des Dreiecks mit einem Bleistift) an beliebiger Stelle ein gleichseitiges Dreieck zeichnen.
 - (2) Man darf das Dreieck an eine gegebene oder bereits konstruierte Gerade anlegen und längs dieser Geraden verschieben.
- a) Zeige, wie man einen Winkel, der durch zwei von einem Punkt P ausgehende Halbgeraden a und b gegeben ist, halbieren kann! Unterscheide dabei die beiden Fälle:
 - a1) Der Winkel ist nicht größer als 120° und ungleich 60° .
 - a2) Der Winkel ist größer als 120° aber kleiner als 180° .
 - b) Zeige, wie man von einem beliebigen Punkt P aus das Lot auf eine gegebene Gerade g fällen kann! Unterscheide dabei die beiden Fälle:
 - b1) P ist weniger als h (ungefähr 4,3 cm) von g entfernt.
 - b2) P ist mehr als h (ungefähr 4,3 cm) und nicht ein Vielfaches von h (z. B. $2 \cdot h$, das sind ungefähr 8,6 cm) von g entfernt.
 - c) Zeige, wie man eine gegebene Strecke \overline{AB} halbieren kann! Unterscheide dabei die beiden Fälle:
 - c1) Die Strecke ist nicht länger als 10 cm.
 - c2) Die Strecke ist länger als 10 cm.

Beschreibe jeweils deine Konstruktion und fertige eine Zeichnung an! Beweise werden nicht verlangt.