



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

43. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 9
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

430944

In einer Ebene liegen 10 Kreise K_1, K_2, \dots, K_{10} mit den Radien r_1, r_2, \dots, r_{10} so, dass je zwei Kreisflächen keine inneren Punkte gemeinsam haben. In der gleichen Ebene liege ein weiterer Kreis K_0 mit dem Radius r_0 , für den

$$r_0^2 = r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_{10}^2$$

gilt.

Beweisen Sie, dass für 11 Kreise dieser Art stets gilt: Die Summe der Inhalte der Flächen, die außerhalb von K_0 , aber innerhalb von K_1, K_2, \dots oder K_{10} liegen, ist gleich dem Inhalt der Fläche, die außerhalb von K_1, K_2, \dots und K_{10} , aber innerhalb von K_0 liegt.

430945

Untersuchen Sie, ob es unendlich viele natürliche Zahlen n gibt, für die $2^n - 3$ und $3^n - 2$ einen gemeinsamen Teiler größer 1 haben.

430946

In einem Dreieck ABC wird der Innenwinkel ACB von der Seitenhalbierenden \overline{CM} und der Höhe \overline{CD} in drei gleich große Teile geteilt.

Bestimmen Sie die Größen der Innenwinkel des Dreiecks ABC .