



43. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Klasse 9
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

430941

Die nebenstehende Abbildung A 430941 zeigt ein aus Einheitsstrecken gebildetes kubisches Raumgitter der Kantenlänge 2. Eine Ameise bewegt sich längs der Gitterstäbe auf kürzestem Weg von A_0 nach K_2 . Wie viele verschiedene dieser kürzesten Wege gibt es für die Ameise, wenn sie sich

- a) auf beliebigen Gitterstäben,
- b) nur längs der Gitterstäbe an der Oberfläche des Würfels

bewegt?

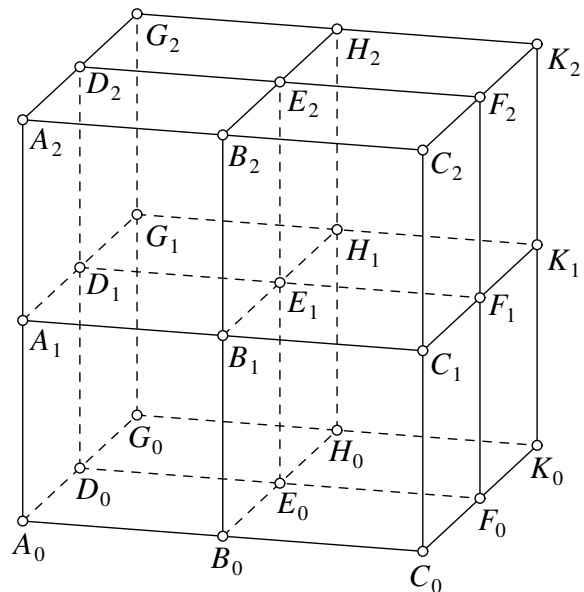


Abbildung A 430941

430942

Beweisen Sie: Aus jeder Menge M von 1003 positiven ganzen Zahlen, die alle kleiner als 2004 sind, können stets zwei Zahlen ausgewählt werden, deren Summe in M liegt.

430943

Wie viele geordnete Uhrzeitpaare gibt es, bei denen die Stellungen von großem und kleinem Zeiger exakt vertauscht sind? Dabei sollen nur solche Uhrzeiten in Betracht kommen, die zwischen 0 und 12 Uhr liegen und bei denen die beiden Zeiger nicht genau übereinander stehen.