



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

43. Mathematik-Olympiade

4. Stufe (Bundesrunde)

Klasse 8

Aufgaben

1. Tag

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

430841

An einem heißen Sommertag tranken vier Ehepaare, die gemeinsam einen Ausflug gemacht hatten, insgesamt 32 Gläser Limonade.

Herr Weber trank ein Glas, Herr Kühne zwei Gläser, Herr Dommer drei Gläser und Herr Simon vier Gläser. Frau Anna trank ebenso viel wie ihr Mann, Frau Marie doppelt so viel wie ihr Mann, Frau Helene dreimal so viel wie ihr Mann und Frau Sophie viermal so viel wie ihr Mann.

Es sind die Familiennamen von Anna, Maria, Helene und Sophie zu ermitteln und es ist nachzuweisen, dass dies eindeutig möglich ist.

430842

Über eine Aluminiumkugel, eine Eisenkugel und eine Nickelkugel ist Folgendes bekannt:

- (1) Die Masse der Eisen- und Nickelkugel beträgt zusammen 5,19 kg.
- (2) Die Aluminium- und Eisenkugel haben zusammen ein Volumen von 900 cm^3 .
- (3) Die Nickelkugel hat einen Anteil an der Gesamtmasse aller drei Kugeln von 7,5 %.

Aluminium hat die Dichte $2,7 \text{ g/cm}^3$ und Eisen die Dichte $7,9 \text{ g/cm}^3$. Das bedeutet: 1 cm^3 Aluminium hat die Masse 2,7 g, 1 cm^3 Eisen hat die Masse 7,9 g.

Berechne die Gesamtmasse aller drei Kugeln! Wie viel Prozent der Gesamtmasse beträgt die Masse der Aluminiumkugel, wie viel Prozent die Masse der Eisenkugel? Weise durch eine Probe nach, dass die ermittelten Resultate alle gestellten Bedingungen erfüllen!

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

430843

Es sei ABC ein spitzwinkliges Dreieck. Von einem von den Eckpunkten A, B, C verschiedenen Punkt P wird gefordert:

- (1) P liegt auf dem Umkreis des Dreiecks ABC .
- (2) P liegt bezüglich der Geraden durch A und C in derjenigen Halbebene, in der B nicht liegt.
- (3) Die Fußpunkte der Lote von P auf die Geraden BC, AC und AB seien in dieser Reihenfolge mit L, M bzw. N bezeichnet.

Leite aus diesen Voraussetzungen folgende Behauptungen her:

- a) Die Winkel APC und NPL sind gleich groß.
- b) Die Punkte L, M und N liegen auf ein und derselben Geraden.