



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

43. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 11–13
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

431334

Man zeige, dass für positive reelle Zahlen a und b stets die Ungleichung

$$a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$$

gilt, und untersuche, in welchen Fällen Gleichheit eintritt.

431335

Die ganzen Zahlen a , b und c seien Maßzahlen der Kantenlängen eines Quaders, dessen Raumdiagonale die Länge 2004 hat. Man beweise:

- Die Zahlen a , b und c sind gerade.
- Die Zahlen a , b und c sind durch 4 teilbar.

431336

Die reellen Zahlen x_1, x_2, x_3, \dots seien durch die Bildungsvorschrift

$$x_1 = 1 \quad \text{und} \\ x_{k+1} = \frac{1}{1 + x_k} \quad \text{für } k = 1, 2, 3, \dots$$

gegeben. Man untersuche, ob $x_{2004}^2 + x_{2004} - 1$ positiv, negativ oder gleich null ist.