



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e.V.

43. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Regionalsrunde)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

431021

- a) Die „Mauer“ in Abbildung A 431021 ist mit drei Farben so zu färben, dass jeder „Ziegel“ genau eine Farbe besitzt und keine zwei sich längs einer Strecke berührenden „Ziegel“ gleich gefärbt sind.
- b) Ein Schüler zeichnet auf ein Zeichenblatt zehn kongruente Kreise, die sich auch schneiden können. Damit wird die Fläche des Zeichenblatts zerlegt in Kreise, Kreisbogenpolygone und eine oder mehrere Restflächen.

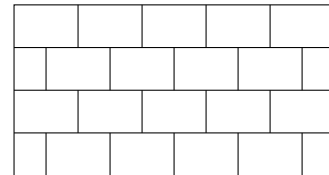


Abbildung A 431021

Lassen sich auch diese Teilflächen bei jeder Lage der Kreise so mit drei Farben färben, dass jede Teilfläche genau eine Farbe besitzt und keine zwei sich längs Kreisbögen berührende Flächen gleich gefärbt sind?

431022

Der Logiker L und der Mathematiker M haben am gleichen Tag Geburtstag. Bei ihrer gemeinsamen Geburtstagsfeier unterhalten sich die beiden Freunde L und M über ihre Alter (in ganzen Jahren):

L zu M : Ich habe mir drei natürliche Zahlen gedacht, deren Produkt 2450 ist und deren Summe dein Alter angibt.

M zu L nach längerem Nachdenken und Rechnen: Daraus kann ich die drei Zahlen nicht ermitteln.

L zu M : Jede der drei Zahlen ist kleiner als mein Alter.

M zu L : Jetzt kenne ich die drei Zahlen.

- a) Wie heißen die drei Zahlen?
b) Wie alt sind L und M ?

431023

Sei b eine ungerade ganze Zahl. Finden Sie alle ganzzahligen Werte von c in Abhängigkeit von b , für welche die Gleichung $x^2 + bx + c = 0$ zwei verschiedene ganzzahlige Lösungen besitzt.

431024

Gegeben sei ein Parallelogramm $ABCD$. Die Seitenmitten seien entsprechend der Abbildung A 431024 mit E, F, G, H bezeichnet. Die Verbindungslinien $\overline{AE}, \overline{BF}, \overline{CG}, \overline{DH}$ schneiden im Inneren des Parallelogramms ein Viereck $KLMN$ aus (siehe Abbildung).

- a) Zeigen Sie, dass $KLMN$ ein Parallelogramm ist.
- b) Bestimmen Sie das Verhältnis des Flächeninhalts dieses Parallelogramms zu dem des Parallelogramms $ABCD$.

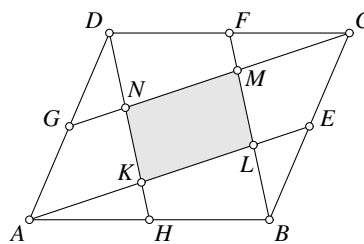


Abbildung A 431024