



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

42. Mathematik-Olympiade

4. Stufe (Bundesrunde)

Klasse 8

Aufgaben

2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

420844

Sei $ABCD$ ein Viereck mit dem Diagonalschnittpunkt S , dessen Eckpunkte auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt M liegen und dessen Seiten \overline{BC} und \overline{AD} die gleiche Länge a besitzen.

- a) Ermittle allgemein die Winkelgröße φ des Winkels ADM in Abhängigkeit von der Winkelgröße σ des Winkels BSC !
- b) Beweise, dass die Punkte A, M, S und D unter den genannten Voraussetzungen stets auf ein und demselben Kreis liegen!

420845

Im Inneren eines Quadrates seien genau 187 Punkte markiert. Es sollen Dreiecke gezeichnet werden, die einander nicht überdecken und folgende Forderungen erfüllen:

- (1) Eckpunkte eines Dreiecks sind entweder markierte Punkte oder Eckpunkte des Quadrates.
- (2) Mindestens ein Eckpunkt eines Dreiecks muss einer der markierten Punkte sein.

Wie viele Dreiecke lassen sich unter diesen Voraussetzungen höchstens bilden?

420846

Ermittle alle Zahlenpaare $(m; n)$ mit $m, n \in \mathbb{N}$, so dass gilt:

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2003}.$$