Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

42. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Länderrunde)
Klasse 11-13
Aufgaben
2. Tag

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

421334

Man ermittle alle positiven ganzen Zahlen x und y, für die

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2003}$$

gilt.

421335

Gegeben seien im Raum 4 paarweise verschiedene Punkte A, B, C und D. Man bestimme die Anzahl der Ebenen E mit der Eigenschaft, dass alle 4 Punkte A, B, C, D jeweils den gleichen Abstand von E haben.

421336

Eine positive ganze Zahl heiße zulässig, wenn sie im dekadischen Positionssystem fünfstellig ist und jede der Ziffern $1, 3, 5, 7, 9$ genau einmal enthält.

a) Man untersuche, ob es eine Menge M von sechs zulässigen Zahlen gibt, aus der man einige so auswählen kann, dass ihre Summe gleich der Summe der verbleibenden Zahlen der Menge M ist.

b) Man bestimme alle natürlichen Zahlen m, für die es eine Menge M von genau m Zahlen mit der unter a) genannten Eigenschaft gibt.