



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

**42. Mathematik-Olympiade**

**3. Stufe (Länderrunde)**

**Klasse 8**

**Aufgaben**

**1. Tag**

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

420831 Bei einer Mathematik-Olympiade schreiben sieben Teilnehmer, und zwar Axel, Bernd, Dieter, Eberhard, Gerda, Helga und Ilona die Klausur in ein und demselben Raum. Die Schüler kommen aus verschiedenen Bundesländern Deutschlands; einige kennen sich aber bereits vom Wettbewerb im Vorjahr. So kennt

- (1) Axel genau einen Schüler und zwei Schülerinnen,
- (2) Bernd genau drei Schüler und keine Schülerin,
- (3) Dieter genau zwei Schüler und eine Schülerin,
- (4) Eberhard genau zwei Schüler und zwei Schülerinnen,
- (5) Gerda keinen Schüler, aber zwei Schülerinnen,
- (6) Helga genau drei Schüler und eine Schülerin,
- (7) Ilona genau zwei Schüler und eine Schülerin.

Es ist zu ermitteln, welche Teilnehmer einander kennen.

Bei dieser Aufgabe setzen wir voraus, dass, wenn ein Teilnehmer  $A$  den Teilnehmer  $B$  kennt, dann auch der Teilnehmer  $B$  den Teilnehmer  $A$  kennt.

420832

Setzt man zwischen die zweite und dritte Ziffer einer vierstelligen natürlichen Zahl das Multiplikationszeichen, dann erhält man ein Produkt aus zwei zweistelligen Faktoren.

Ermittle alle vierstelligen Zahlen, die doppelt so groß sind wie das auf obige Weise gebildete Produkt!

420833

Es seien  $g$ ,  $h$  und  $k$  parallele Geraden, die folgende Forderungen erfüllen:

Der Abstand zwischen  $g$  und  $h$  beträgt 3 cm.

Der Abstand zwischen  $h$  und  $k$  beträgt 5 cm.

Der Abstand zwischen  $g$  und  $k$  beträgt 8 cm.

Zu konstruieren ist ein Viereck  $ABCD$ , das folgende Bedingungen erfüllt:

- (a)  $A$  liegt auf  $h$ ,  $B$  liegt auf  $k$  und  $D$  liegt auf  $g$ ;
- (b)  $ABCD$  ist ein Quadrat.
- a) Beschreibe, wie man ein solches Viereck konstruieren kann und fertige eine Konstruktionszeichnung an!
- b) Beweise: Wenn ein Viereck wie beschrieben konstruiert wird, dann erfüllt es die gestellten Bedingungen.
- c) Berechne den Flächeninhalt des Quadrates  $ABCD$ !
- d) Die Bedingung (a) werde wie folgt verändert:
  - (a\*)  $A$  liegt auf  $h$ , von den Punkten  $B, C, D$  liegt einer auf  $g$ , ein zweiter auf  $k$ , der dritte auf keiner der drei Geraden.

Beweise, dass es außer dem in Teil a) konstruierten Quadrat noch genau zwei weitere (von diesem und auch untereinander verschiedene) Quadrate gibt, die die Bedingung (a\*) erfüllen!

Konstruiere diese Quadrate! (Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.) Berechne den Flächeninhalt dieser Quadrate!