



Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

41. Mathematik-Olympiade

4. Stufe (Bundesrunde)

Klasse 9

Aufgaben

2. Tag

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

410944

- a) Berechnen Sie den Wert der Summe $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n-1} \cdot n$ in Abhängigkeit von n , wobei n eine natürliche Zahl mit $n > 0$ ist.
- b) Bestimmen Sie $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_{2000} + S_{2001} + S_{2002}$.

410945

Zeigen Sie, dass für jede natürliche Zahl $n \geq 5$ gilt: $2^n > n^2$.

410946

Es sei P innerer Punkt einer Strecke \overline{AB} . AO_1P und BO_2P seien zwei gleichschenkelig-rechtwinklige Dreiecke mit den Hypotenusen \overline{AP} bzw. \overline{BP} , die beide auf derselben Seite der Geraden AB liegen.

Bestimmen Sie die Menge aller Mittelpunkte der Strecken $\overline{O_1O_2}$, wenn P die inneren Punkte der Strecke \overline{AB} durchläuft.