Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.

41. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Landesrunde)
Klasse 9
Aufgaben
1. Tag

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

410931

Die Zahl 2002 ist eine Palindrom-Zahl, das heißt: Wenn man ihre Ziffern in umgekehrter Reihenfolge schreibt, erhält man wieder dieselbe Zahl.
Wie groß ist die Summe aller anderen 4-stelligen Palindrom-Zahlen?

Hinweis: Eine Zahl aus n Ziffern heißt genau dann n–stellig, wenn die erste Ziffer von 0 verschieden ist.

410932

Das Viereck $ABCD$ sei ein gleichschenkliges Trapez mit $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ und $|AD| = |BC|$, in dem die Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ senkrecht zueinander sind. Beweisen Sie: Die Mittellinie und die Höhe des Trapezes $ABCD$ sind gleich lang.

410933

Für jede natürliche Zahl n ist der Bruch

$$\frac{n^3 - 3\,n^2 + 2\,n - 3}{n^3 + 3\,n^2 + 2\,n + 3}$$

kürzbar. Beweisen Sie diese Aussage!